

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦЕН ОПЦИОНОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ПАМЯТИ

Маслаков Ю.А.<sup>1</sup>

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Иванова Н.Д.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Югорский государственный университет  
yurch2015@mail.ru

### Введение

Математическое моделирование стоимости производных финансовых инструментов является одной из ключевых задач современной финансовой математики. Наиболее известной и широко применяемой моделью оценки опционов является модель Блэка-Шоулза, предложенная еще в 1973 году. Несмотря на фундаментальное значение данной модели, ее применение на реальных финансовых рынках сталкивается с рядом ограничений, связанных с предположениями о постоянстве волатильности, логнормальном распределении доходностей и отсутствии памяти у ценового процесса. Однако эмпирические исследования финансовых временных рядов показывают наличие эффектов долгосрочной зависимости, кластеризации волатильности и других нелинейных характеристик динамики цен. В настоящее время одним из успешных направлений совершенствования моделей оценки опционов является использование аппарата дробного исчисления. Дробные дифференциальные операторы позволяют учитывать эффекты памяти и фрактальные свойства динамики финансовых процессов, что делает такие модели более адекватными при описании поведения реальных рынков. В связи с этим представляет интерес исследование дробных модификаций уравнения Блэка-Шоулза, основанных на использовании различных типов дробных производных, а также разработка эффективных методов их решения, включая современные подходы искусственного интеллекта.

### Основная часть

Современные исследования в области количественных финансов показывают, что классические модели оценки опционов не всегда способны адекватно отражать сложную структуру динамики финансовых рынков. Набирающим популярность подходом совершенствования математических моделей является использование дробных дифференциальных операторов, позволяющих учитывать эффекты памяти и нелокальные зависимости во временных рядах финансовых данных. Применение дробного исчисления к модели Блэка-Шоулза позволяет построить обобщенные модели, в которых динамика цены базового актива описывается более гибко и учитывает долгосрочные корреляции и фрактальные свойства рыночных процессов.

В рамках предлагаемого подхода рассматривается дробная модификация модели Блэка-Шоулза, в которой классические производные заменяются дробными операторами различных типов. Такой подход позволяет учитывать историческую зависимость динамики цен и тем самым повышать адекватность математической модели при описании реальных финансовых процессов. Подобные модели активно исследуются в современной научной литературе и демонстрируют более высокую точность при анализе финансовых временных рядов по сравнению с классическими диффузионными моделями. Важной задачей при использовании дробных моделей является разработка эффективных методов их численного решения. Традиционные методы, основанные на конечно-разностных схемах, требуют значительных вычислительных ресурсов из-за нелокального характера дробных операторов. В последние годы активно исследуются новые вычислительные подходы, включая компактные конечно-разностные схемы, обеспечивающие более высокую точность и устойчивость вычислений. Такие методы

позволяют существенно повысить эффективность численного решения дробных моделей оценки опционов и сократить вычислительные затраты [1]. Наиболее перспективным направлением развития методов решения подобных задач является применение методов искусственного интеллекта и машинного обучения. В частности, активно развиваются методы нейронных сетей, основанных на физических принципах (ПИИНЫ), в которых структура дифференциального уравнения непосредственно включается в функцию потерь нейронной сети. Это позволяет обучать модель без необходимости полного набора обучающих данных, используя лишь физические или математические ограничения задачи. Исследования [2, 3] показывают, что такие методы могут эффективно решать дробные уравнения Блэка-Шоулза и обеспечивать высокую точность аппроксимации решения даже при наличии шумных данных и сложных граничных условий.

Предлагаемый подход позволяет более адекватно учитывать особенности динамики финансовых рынков и одновременно обеспечивает эффективное численное решение возникающих математических моделей. Это открывает возможности для повышения точности прогнозирования стоимости производных финансовых инструментов и улучшения методов управления финансовыми рисками.

### Выводы

В работе рассмотрен подход к обобщению классической модели Блэка-Шоулза на основе аппарата дробного исчисления, позволяющий учитывать эффекты памяти и долгосрочных зависимостей, характерные для динамики финансовых рынков. Проведен анализ различных типов дробных производных, применяемых при построении модифицированных моделей оценки стоимости опционов.

Основные результаты исследования заключаются в следующем. Показана возможность использования дробных дифференциальных операторов для более адекватного описания динамики цен базовых активов по сравнению с классическими диффузионными моделями. Рассмотрены современные вычислительные подходы к решению дробных уравнений Блэка-Шоулза, включая методы машинного обучения, позволяющие эффективно аппроксимировать решения сложных дифференциальных моделей. Обоснована адекватность применения предложенного подхода для повышения точности оценки стоимости опционов и анализа финансовых рисков.

Практическое значение полученных результатов заключается в возможности создания программных инструментов для анализа опционных рынков и прогнозирования стоимости производных финансовых инструментов. Предложенные методы могут быть использованы при разработке систем поддержки принятия решений в задачах финансового анализа, риск-менеджмента, алгоритмической торговли и непосредственно алгоритмов калибровки дробных моделей Блэка-Шоулза по данным реальных финансовых рынков.

### Литература

1. Feng Y., Zhang X., Chen Y. A compact finite difference scheme for solving fractional Black-Scholes option pricing model // Journal of Inequalities and Applications. 2025. Vol. 2025. 36. <https://doi.org/10.1186/s13660-025-03261-2>.
2. Nuugulu S. M., Patidar K. C., Tarla D. T. A Physics informed Neural Network Approach for Solving Time Fractional Black-Scholes PDEs // Optimization and Engineering. 2024. Vol. 26. P. 2419–2448. <https://doi.org/10.1007/s11081-024-09910-7>.
3. Song L., Tan Y., Yu F., Luo Y., Zheng J. Optimal approximations for the space-time fractional Black-Scholes equations using physics-informed neural networks // Scientific Reports. 2024. Vol. 14. 25289. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-77073-7>.