

ЗАДАЧА ТРЕХ ОДНОМЕРНЫХ КВАНТОВЫХ ЧАСТИЦ С ДВУМЯ БЫСТРО УБЫВАЮЩИМИ ПАРНЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ И ОДНИМ ПАРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ, УБЫВАЮЩИМ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ КУЛОНОВСКИМ ОБРАЗОМ.

Торопов В. О.¹

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Левин С. Б.¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет
viktor.toropov01@gmail.com

Работа выполнена в рамках темы НИР «Асимптотика собственных функций абсолютно непрерывного спектра оператора Шрёдингера с медленно (кулоновским образом) убывающими на бесконечности парными потенциалами в задаче трёх одномерных квантовых частиц».

Введение

Задача трех квантовых частиц была решена в классической работе Л.Д.Фаддеева [1] в ситуации, когда размерность частицы $d \geq 3$, а парные потенциалы являются короткодействующими. А именно, была построена система уравнений, получивших название уравнений Фаддеева, и была доказана их однозначная разрешимость. Эта работа породила огромное число прикладных исследований в области численного анализа наблюдаемых величин в задачах рассеяния нескольких квантовых частиц, а также в смежных областях физики.

Тем не менее, в случае одномерных частиц ($d=1$) и быстро убывающих парных потенциалов (в том числе потенциалов притяжения, отвечающих конечному дискретному спектру парных операторов Шредингера) строгий математический подход получил развитие значительно позже в терминах альтернирующего метода Шварца [2]-[4], представляющего собой один из вариантов уравнений Фаддеева. Отметим, что интерес к собственно одномерным системам обусловлен как сравнительной простотой модели, так и естественностью описания многих физических процессов, проявляющих себя как почти одномерные.

Целью настоящей работы является развитие альтернирующего метода Шварца в задаче трех одномерных квантовых частиц в ситуации, когда парные потенциалы медленно (кулоновским образом) убывают на бесконечности. В данной работе рассматривается наиболее простой случай двух быстро убывающих парных потенциалов и одного парного потенциала, убывающего на бесконечности кулоновским образом.

Основная часть

Основная идея работы связана с переходом в новое удобное представление для трехчастичного уравнения Шредингера. Это представление фактически связано с разложением решения по асимптотическим собственным функциям исходного оператора Шредингера. Таким образом, переход в новое представление связан с построением композиции Фурье-преобразований, одно из которых является кулоновским, а второе – стандартным (разложением по плоским волнам) обратным Фурье-преобразованием. Исходный оператор Шредингера после такого преобразования является по-прежнему трехчастичным оператором уже с тремя короткодействующими парными потенциалами, хотя, возможно, и не локальными и с дополнительной интегрируемой логарифмической особенностью ядер. Такой оператор допускает применение альтернирующего метода Шварца для построения предельных значений ядра резольвенты на абсолютно непрерывном спектре. Это, в свою очередь, позволяет извлечь в рамках известной предельной процедуры [5] асимптотику собственных функций абсолютно непрерывного спектра. Наконец, асимптотика на бесконечности

решения исходной задачи рассеяния строится путем применения к найденному решению обратной композиции Фурье-преобразований и, тем самым, путем переноса решения задачи в исходное представление.

Выводы

Мы надеемся, что предложенный в работе метод построения асимптотики решения рассмотренной задачи рассеяния может быть обобщен и на более сложную ситуацию трех медленно убывающих на бесконечности парных потенциалов. Решение такой задачи будет являться предметом отдельного исследования.

Литература

1. Фаддеев Л. Д. Математические вопросы квантовой теории рассеяния для системы трех частиц // Труды Математического института АН СССР. 1963. Т. 69. С. 3–122.
2. Будылин А. М., Левин С. Б. К вопросу о построении асимптотики ядра резольвенты оператора Шредингера в задаче рассеяния трёх одномерных квантовых частиц, взаимодействующих посредством финитных парных отталкивательных потенциалов // Записки научных семинаров ПОМИ. 2015. Т. 438, № 45. С. 95–103.
3. Байбулов И. В., Будылин А. М., Левин С. Б. Задача рассеяния нескольких одномерных квантовых частиц. Структура и асимптотика предельных значений ядра резольвенты // Записки научных семинаров ПОМИ. 2017. Т. 461. С. 14–51.
4. Будылин А. М., Левин С. Б., Торопов В. О. О задаче рассеяния трех одномерных короткодействующих квантовых частиц при наличии связанных состояний в парных подсистемах // Записки научных семинаров ПОМИ. 2025. Т. 541. С. 51–71.
5. Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М.: Наука, 1985.