

## **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ШТЕЙНЕРА ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТРУБОПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ**

**Патрушев Н.О.<sup>1</sup>, Золотов И.К.<sup>1</sup>**

**Научный руководитель – канд. тех. наук, доцент Герасимов А.М.<sup>1</sup>**

Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II  
b1zmargn@gmail.com

### **Введение**

Задача оптимального проектирования трубопроводных сетей относится к классу NP-трудных задач и имеет важное прикладное значение в нефтегазовой отрасли, энергетике и инфраструктурном строительстве. При прокладке трубопроводов на местности необходимо учитывать не только геометрические расстояния между точками, но и неоднородность среды, тип поверхности и наличие Классическая задача Штейнера позволяет минимизировать суммарную длину соединений, однако её прямое применение в практических условиях затруднено из-за дискретности пространства и необходимости учитывать стоимость прохождения различных типов местности.

В классической постановке задача Штейнера решается с использованием широкого спектра подходов, включающие аппроксимационные схемы и эвристики. На сегодняшний день предложены современные реализации branch-and-cut алгоритмов, позволяющие находить оптимальные решения для задач умеренного размера, включая экземпляры с десятками тысяч вершин [1]. Данные методы опираются на сложные процедуры редукции, разбиения и перебора и обладают высокой вычислительной сложностью, что ограничивает их применимость в задачах с динамической структурой среды или сложной геометрией.

Аппроксимационные методы обеспечивают полиномиальное время работы и теоретические оценки качества решения [2]. Такие методы ориентированы на абстрактные графовые постановки и не учитывают пространственную структуру задачи, особенности рельефа и неоднородность стоимости, что снижает их применимость в задачах пространственного проектирования инженерных сетей.

Ряд работ рассматривает специализированные случаи задачи Штейнера. Геометрические алгоритмы [3] эффективно решают евклидовы и прямоугольные варианты задачи, а методы на основе редукции графов применимы для ограниченно-родовых графов. Эти подходы привязаны к структуре задачи и плохо масштабируются при наличии произвольных препятствий, дискретной карты проходимости и ограничений, характерных для задач прокладки трубопроводов на местности.

Таким образом, существующие подходы либо ориентированы на точное решение задач ограниченного размера, либо обеспечивают приближённые решения без учёта пространственной структуры среды. Это обуславливает необходимость разработки методов, способных адаптивно учитывать характеристики местности, масштабироваться на большие области и обучаться стратегии построения сети без перебора всех вариантов.

### **Основная часть**

В данной работе рассматривается подход к решению дискретной версии задачи Штейнера на основе методов обучения с подкреплением и графовых нейронных сетей. Пространство моделируется в виде дискретной карты, каждая ячейка которой относится к определённому классу местности с заданной стоимостью прокладки. На основе карты формируется взвешенный граф проходимости, в котором веса рёбер определяются стоимостью перехода между соседними ячейками. Задача сводится к последовательному

построению связного подграфа минимальной суммарной стоимости, соединяющего заданный набор терминальных точек.

Процесс формализуется как марковский процесс принятия решений. Состояние среды включает текущую конфигурацию построенного трубопровода, множество уже подключённых терминалов и локальное окружение оставшихся узлов. Агент не выбирает маршрут напрямую, его действие заключается в выборе следующего терминального узла для подключения, тогда как точка подключения к уже построенной сети и конкретный маршрут определяются детерминированно с использованием алгоритма  $A^*$ . Это позволяет разделить задачу стратегического выбора порядка подключения и задачу поиска геометрического пути.

Политика агента аппроксимируется графовой нейронной сетью, принимающей на вход граф текущего состояния, состоящий из корневого узла, подключённых вершин и оставшихся терминалов с их локальными связями. Выход сети представляет собой распределение вероятностей выбора следующего терминала, а также оценку функции ценности состояния. Используется архитектура actor–critic, обучаемая с применением алгоритма Proximal Policy Optimization (PPO).

Функция награды формируется как отрицательное приращение суммарной стоимости трубопровода с учётом типа местности и включает дополнительные shaping-компоненты, обеспечивающие устойчивость обучения и поощрение завершения эпизода. Эпизод считается завершённым после подключения всех терминальных точек.

Экспериментальные результаты для задач с пятью терминалами показывают стабильную сходимость политики: все эпизоды завершаются успешно, средняя стоимость решения монотонно снижается по мере обучения, а дисперсия награды уменьшается. Полученные результаты показывают способность модели обучаться рациональной стратегии подключения терминалов без перебора вариантов. В текущей реализации сравнение проводится с жадным эвристическим алгоритмом на основе  $A^*$ , который используется в качестве базового ориентира качества.

Локальная оптимизация структуры сети рассматривается как направление дальнейших исследований и в настоящей работе не реализована.

### **Выводы**

Предложенный подход демонстрирует возможность применения методов обучения с подкреплением к задачам пространственной оптимизации на графах и может быть расширен для учёта дополнительных ограничений, масштабирования на большие области и интеграции с инженерными моделями проектирования трубопроводных систем.

### **Литература**

1. Rehfeldt D., Koch T. Implications, conflicts, and reductions for Steiner trees // *Mathematical Programming*. — 2023. — Vol. 197. — P. 903–966. — DOI: 10.1007/s10107-021-01757-5.
2. Byrka J., Grandoni F., Rothvoß T., Sanità L. An improved LP-based approximation for Steiner tree // *Proceedings of the 42nd ACM Symposium on Theory of Computing (STOC 2010)*. — New York : ACM, 2010. — P. 583–592. — DOI: 10.1145/1806689.1806769.
3. Álvarez-Miranda E., Sinnl M. A note on computational aspects of the Steiner traveling salesman problem // *International Transactions in Operational Research*. — 2019. — Vol. 26, No. 4. — P. 1396–1401. — DOI: 10.1111/itor.12592.
4. Polzin T., Vahdati-Daneshmand S. Approaches to the Steiner problem in networks // *Algorithmics of Large and Complex Networks* / ed. J. Lerner, D. Wagner, K. A. Zweig. — Berlin ; Heidelberg : Springer, 2009. — (Lecture Notes in Computer Science ; Vol. 5515). — DOI: 10.1007/978-3-642-02094-0\_5.