

Решение вариантов задачи о размещении при помощи метаэвристики склеивания переменных

Хабаров М.А.¹

Научный руководитель – канд. техн. наук, доцент Семёнов А.А.¹

¹Университет ИТМО

maximkhabarov@yandex.ru

Введение

Задача о расположении филиалов (Branch Location Problem, BLP [1]) развивает идеи двух классических задач комбинаторики: задачи о покрытии множества (Set Cover Problem [2]) и задачи о скрытом множестве (Hitting Set Problem [2]). Задача BLP имеет прямое приложение к оптимизации работы с клиентами и на содержательном уровне формулируется следующим образом. Имеется множество клиентов и множество потенциальных отделений. Для каждого клиента задан перечень отделений, которые он готов посещать. Если клиент не имеет ни одного доступного для посещения отделения, он считается необслуженным. Цель состоит в том, чтобы закрыть как можно больше отделений при условии, что количество необслуженных клиентов не превысит установленного порогового значения. Данная задача может быть решена, например, сведением к задаче SAT / MAX-SAT, ILP, а также различными мета-эвристическими алгоритмами. В докладе будет представлен оригинальный подход к решению задачи BLP, основанный на сведении к проблеме MAX-SAT и применении метаэвристики склеивания переменных. Также будет продемонстрировано сравнение предложенного метода с некоторыми существующими подходами.

Основная часть

Описанная выше постановка задачи BLP естественным образом сводится к модели целочисленного линейного программирования с булевыми переменными (0–1 ILP). В данной модели каждому клиенту ставится в соответствие булева переменная, отражающая факт его обслуживания, а каждому отделению — булева переменная, указывающая, открыто ли оно. Условие возможности обслуживания клиента формализуется в виде линейного неравенства, связывающего переменные, соответствующие доступным для него отделениям. Ограничение на общее количество обслуженных клиентов представляет собой линейное неравенство, накладываемое на сумму соответствующих переменных. Целевая функция, направленная на минимизацию числа открытых отделений, также сводится к минимизации суммы соответствующих булевых переменных.

Сведение задачи BLP к MAX-SAT выполняется по аналогии с её ILP-формулировкой. Целевая функция, заключающаяся в максимизации числа закрытых отделений, может быть представлена в MAX-SAT с помощью набора т.н. soft clauses [3]. В зависимости от выбранного способа кодирования максимизация целевой функции эквивалентна максимизации числа выполненных soft clauses [3] (если они соответствуют закрытому отделению). Hard clauses, задающие линейные ограничения, кодируются с использованием стандартных схем сумматоров и компараторов (способы кодирования рассмотрены в [4]). Эти схемы позволяют представить линейные неравенства над булевыми переменными в КНФ. На практике подобные кодировки могут приводить к значительному росту размера формулы.

В настоящей работе предлагается иной подход к решению задачи BLP, а именно: вместо прямой максимизации числа закрытых отделений рассматривается задача максимизации количества обслуженных клиентов при фиксированном ограничении на

число открытых отделений. В такой постановке для заданного верхнего предела на количество работающих отделений можно с помощью MAX-SAT решателя проверить, достижимо ли требуемое число обслуженных клиентов. Для решения задачи в таком случае можно применить бинарный поиск по допустимому числу открытых отделений. При таком подходе потребуется логарифмическое от числа отделений количество вызовов MAX-SAT решателя. Размер кодировки для каждого вызова при этом линейно зависит от числа клиентов, что делает метод особенно эффективным в ситуациях, когда клиентов существенно больше, чем отделений.

В качестве MAX-SAT оракула могут быть использованы существующие эффективные решатели, хорошо зарекомендовавшие себя на практике, например, Loandra [5]. Однако специфика рассматриваемой задачи позволяет применить более специализированный подход, основанный на метаэвристике склеивания переменных, предложенный в работе [6] и опробованный для решения задачи BLP в работе [7].

В рамках доклада планируется провести сравнительный анализ решения задачи BLP с помощью метаэвристики склеивания переменных с двумя другими подходами: сведение к задаче целочисленного линейного программирования и решения с помощью SCIP [8], а также сведение к задаче MAX-SAT и использованием универсального решателя Loandra [5]. Будут представлены экземпляры задачи BLP, на которых универсальные решатели, такие, как SCIP [8] (для ILP) и Loandra [5] (для MAX-SAT), тратят значительно больше времени на получение оптимального решения, чем метаэвристика склеивания переменных ([6] и [7]).

Выводы

Предложен метод сведения BLP к MAX-SAT, обеспечивающий линейный рост числа дизъюнктов от количества клиентов при условии, что число отделений существенно меньше числа клиентов. Для решения полученной MAX-SAT формулы разработан алгоритм на основе метаэвристики склеивания переменных, использующий структуру ядровых переменных. На всех тестовых примерах метаэвристика склеивания переменных демонстрирует результаты такого же качества, как Loandra [5] и SCIP [8], при этом находя оптимальное решение за значительно меньшее время.

Литература

1. Gilbert Laporte, Stefan Nickel, Francisco Saldanha da Gama. Introduction to Location Science. - 1-ое изд. - Springer, 2015
2. Richard M. Karp Reducibility among Combinatorial Problems // Complexity of Computer Computations. - Springer, 1972. - С. 85-103.
3. Armin Biere, Marijn Heule, Hans van Maaren, Toby Walsh Handbook of Satisfiability. - 2-е изд. - IOS PRESS, 2021. - 1462 с.
4. Niklas Een, Niklas Sörensson Translating Pseudo-Boolean Constraints into SAT // Journal on Satisfiability Boolean Modeling and Computation. - №2. - С. 1-26.
5. MAX-SAT решатель Loandra [Электронный ресурс]. – <https://github.com/jezberg/loandra> (Дата обращения: 21.02.2026).
6. Alexander A. Semenov Merging Variables: One Technique of Search in Pseudo-Boolean Optimization // Communications in Computer and Information Science. 2019. Vol. 1090. Pp. 86-102.
7. Otpuschennkov I., Semenov A. Using merging variables based local search to solve using special variants of MaxSAT problem // Communications in Computer and Information Science. 2020. Vol. 1275. Pp. 363-378.
8. CIP решатель SCIP [Электронный ресурс]. – <https://github.com/scipopt/scip> (Дата обращения: 21.02.2026).