

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СЛОЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОЙ СРЕДЫ

Гумеров И. И.¹

Научный руководитель – д. ф.-м. н., доцент Холодова С. Е.¹

¹Университет ИТМО

kholodovase@yandex.ru

Введение

Исследование волновых процессов во вращающихся электропроводящих жидкостях является одной из фундаментальных задач магнитной гидродинамики. Особый интерес к таким моделям обусловлен их применением в геофизике и космической физике. Согласно классическим представлениям, сформулированным У. Эльзассером [1], Э. Буллардом [2] и другими исследователями, магнитное поле Земли генерируется движениями электропроводящей жидкости во внешнем ядре планеты. Вращение Земли, гравитационная стратификация и магнитные силы определяют структуру крупномасштабных течений и спектр волновых возмущений в ядре. Анализ пространственных гидромагнитных волн в таких средах позволяет уточнить механизмы переноса энергии и импульса, а также выявить условия устойчивости течений.

Основная часть

В работе рассматривается вращающийся слой идеальной несжимаемой электропроводящей жидкости, находящейся во внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси вращения. Верхняя граница слоя является твердой и непроницаемой с заданной пространственной топографией, нижняя – свободной поверхностью, форма которой изменяется во времени.

Математическая модель основана на системе уравнений магнитной гидродинамики с учетом силы Кориолиса и магнитной диффузии. В квазигеострофическом приближении, справедливом при малых числах Россби, показано, что гидромагнитное давление линейно распределено по глубине слоя, что позволяет редуцировать трехмерную задачу к двумерной системе нелинейных уравнений, описывающих эволюцию горизонтальных компонент скорости, магнитного поля и возмущение свободной поверхности.

Для бесконечно протяженного в горизонтальном направлении слоя при условии медленного изменения топографии на масштабе длины волны построено точное решение полученной системы. На основе анализа решения получено дисперсионное соотношение, определяющее зависимость частоты и фазовой скорости волн от параметров вращения, длины волны, магнитного поля и рельефа границы слоя. Полученные результаты согласуются с известными свойствами альфвеновских волн и волн во вращающихся жидкостях [3].

Выводы

Построена математическая модель распространения нелинейных пространственных волн во вращающемся слое электропроводящей жидкости с учетом магнитной диффузии и сложной геометрии границы. Выполнена редукция исходной трехмерной задачи к двумерной системе в рамках квазигеострофического приближения. Получено аналитическое решение и соответствующее дисперсионное соотношение. Разработанный подход может быть использован при моделировании процессов в жидком ядре планет и в прикладных задачах магнитной гидродинамики.

Литература

1. Elzasser W. M. Induction effects in terrestrial magnetism. Part I: Theory // Physical Review. 1946. Vol. 69. P. 106–113.
2. Bullard E. C. The magnetic field within the Earth // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. 1949. Vol. 197. P. 202–212.
3. Rax J. M., Gueroult R., Fisch N. J. Rotating Alfvén waves in rotating plasmas // Journal of Plasma Physics. 2023. Vol. 89. 905890613. <https://doi.org/10.1017/S0022377823001368>.