

ЭВОЛЮЦИЯ КВАНТОВОГО СОСТОЯНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Филина Н. В.¹

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник

Батулин С. С.¹

¹Университет ИТМО

nvfilina@bk.ru

Работа выполнена в рамках темы НИР № 624130 «Разработка фундаментальных основ технологий и материалов для современных нанофотонных устройств».

Введение

Проблема описания движения квантового состояния в пространственно неоднородном магнитном поле является актуальной в связи с текущими и планируемыми экспериментальными исследованиями закрученных электронов в ОИЯИ в г. Дубна [1] и в Китае [2]. Текущие теоретические модели рассматривают однородное во всём пространстве магнитное поле [3] или его резкое включение в некоторой точке пространства z_0 [4]. Однако обе модели не являются достаточными для описания реальных экспериментальных установок.

Основная часть

Мы рассматриваем динамику релятивистского квантового состояния в магнитном поле $V = [-0.5 x d_z V_z; -0.5 y d_z V_z; V_z(z)]$, где z -проекция задаёт реальный профиль поля вдоль оси распространения, а x - и y -проекции учитывают поперечные магнитные поля, которые оказываются существенными на краях соленоида. Мы ищем стационарные решения уравнения Дирака с полной энергией E_0 в бесспиновом приближении. В параксиальном приближении мы используем метод медленно меняющихся амплитуд и получаем уравнение типа Шрёдингера на поперечную часть волновой функции.

Оказывается, что полученный гамильтониан состоит из осцилляторной части с частотой, зависящей от z , и оператора z -проекции орбитального углового момента. Эти операторы коммутируют между собой в любой точке пространства, поэтому полученное уравнение можно свести к уравнению типа Шрёдингера для осциллятора с непостоянной частотой.

Существует несколько эквивалентных подходов для аналитического решения полученного уравнения: метод инвариантов Льюиса [5] и метод операторов Ермакова [6]. Мы используем второй формализм и анализируем структуру полученной волновой функции. Оказывается, что она состоит из трёх слагаемых с различной зависимостью угла поворота от координаты. Динамика состояния полностью описывается стандартным параметром магнитной оптики – β -функцией Твисса. Для примера мы анализируем эволюцию полукольца закрученного состояния в магнитном поле Глейзера.

Выводы

В работе получено аналитическое решение, описывающее распространение произвольного квантового состояния в пространственно неоднородном магнитном поле. Показано, что даже незначительное отличие исходного состояния от закрученного, приводит к появлению множества компонент в его разложении. Это приводит к сложной динамике: фаза Гауи порождает нетривиальную интерференцию между тремя вкладками в волновую функцию – с положительным орбитальным угловым моментом l , с отрицательным и с нулевым, что ведёт к существенному искажению профиля интенсивности в процессе эволюции.

Предложенный метод – мощный инструмент для расчёта транспорта квантовых состояний в магнитной оптике. Модель позволяет детально анализировать процесс эволюции в магнитном поле с произвольным профилем, характерным для электронных микроскопов и ускорителей частиц.

Литература

1. A. S. Dyatlov, M. A. Nozdrin, A. N. Sergeev, N. E. Sheremet, S. S. Stafeev, and D. V. Karlovets, Generation of deep ultraviolet vortices via amplitude and phase spiral zone plates, *Appl. Opt.* 64, 10776 (2025)
2. X. Liu, Q. Meng, Z. Yang, W. Ma, L. Lu, P. Zhang, and L. Zou, Design of a compact and integrated vortex field-emission electron source, *Journal of Applied Physics* 138, 124303 (2025).
3. L. Zou, P. Zhang, and A. J. Silenko, General quantum-mechanical solution for twisted electrons in a uniform magnetic field, *Phys. Rev. A* 103, L010201 (2021).
4. G. K. Sizykh, A. D. Chaikovskaia, D. V. Grosman, I. I. Pavlov, and D. V. Karlovets, Transmission of vortex electrons through a solenoid, *Phys. Rev. A* 109, L040201(2024).
5. H. R. Lewis, Classical and Quantum Systems with Time-Dependent Harmonic-Oscillator-Type Hamiltonians, *Phys. Rev. Lett.* 18, 636 (1967).
6. N. V. Filina and S. S. Baturin, Universal analytic solution for the quantum transport of structured matter waves in magnetic optics, *Phys. Rev. A* 113, L021302 (2026).