

ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА ПОЛИНОМОВ ЦЕРНИКЕ В КАЧЕСТВЕ СРЕДСТВА ОПИСАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ РОГОВИЦЫ**Валиев Д.О. (ИТМО), Буракова Е.А. (ИТМО)****Научный руководитель – кандидат технических наук, доцент Бахолдин А.В. (ИТМО)**

Введение. Поскольку человеческая роговица обеспечивает больше половины преломляющей силы глаза [1], то в контексте моделирования наиболее важным аспектом, стоит выбор правильного описания или же математического представления её поверхностей. Также важно понимать, что речь идет не о представлении роговицы, как нечто среднего среди популяции, а о возможности учитывать индивидуальные особенности каждого конкретного человека, будь то астигматизм, кератоконус, или другие особенности. Помимо этого, актуальность работы обусловлена частной медицинской практикой, например в операции по замене хрусталика на интраокулярную линзу (ИОЛ) допуск для не стигматических глаз составляет $\pm 0,5$ диоптрий, в то время как для стигматических допуск уже равен $\pm 0,1$ диоптрий. На практике это означает, что для не стигматических глаз, требуется назначение корректирующей очковой линзы, что в свою очередь ведёт к недовольству пациентов результатами операции, поскольку их ожидания зачастую выше реальных. Для решения вышеописанных проблем, предлагается рассмотреть полиномы Цернике в качестве основного инструмента восстановления поверхности роговицы по точкам.

Основная часть. В источниках [1] об устройстве человеческого глаза можно найти сведения о том, что поверхность роговицы является асферической, также во многих моделях [8, 9] глаза поверхность роговицы часто рассматривается как поверхность второго порядка, что в действительности несет под собой упрощающий характер. Такое допущение позволительно делать, если стоит задача рассмотреть глаз в приближении для получения общих сведений, поэтому достаточно очевидно, что такое представление не может носить индивидуальный характер. Помимо этого известно, что роговица обладает некоторой торичностью [1], а торические поверхности в свою очередь имеют четвертый порядок.

Также одним из часто используемых способов представления асферики является степенной ряд, соответственно, при использовании такого подхода, острым вопросом становится сходимость. Формально из теоремы Вейерштрасса [2] мы знаем, что любую непрерывную функцию на конечном отрезке можно представить с помощью обыкновенных многочленов, однако на практике степенной ряд покажет хорошее приближение на небольшой окрестности и в случае рассмотрения края поверхности, результат может показать довольно сильную разницу. Схожий эффект можно наблюдать в полиномиальной интерполяции, который носит название феномена Рунге [7], однако конечно задача описания поверхности роговицы носит иной характер. Помимо этого, можно снова обратиться к тороиду, в случае рассмотрения перпендикулярных срезов, становится крайне очевидно, что степенной ряд даст приближение лишь в некоторой окрестности.

Далее рассмотрим полиномы Цернике [6], получившие широкое распространение в оптике при разложении в ряд волновой аберрации. Такое распространение напрямую связано со свойствами полиномов, а именно свойству ортогональности на единичном круге, на практике это значит, что нельзя выразить один полином через другой и значит, что при описании волнового фронта, коэффициенты при полиноме не зависят от используемого количества полиномов, то есть при увеличении их числа предыдущие не будут меняться с некоторыми оговорками [5]. Очевидно, что то же самое будет наблюдаться и при описании других объектов, в данном случае роговицы. Также стоит упомянуть, что уже были различные попытки описания поверхности роговицы полиномами Цернике, из приведенных данных, можно отметить, что, в общем и целом, полиномы Цернике показывают хорошие результаты, в том числе и в случае патологий [3, 4].

Выводы. В данной работе рассмотрены несколько вариантов описания поверхности роговицы, также приведены доводы, о несостоятельности применения поверхностей второго порядка и степенных рядов, в подобном контексте, описание полиномами Цернике выступает более предпочтительным.

Список использованных источников:

1. Atchison David Refracting Components Cornea and Lens / David Atchison // Optics of the Human Eye / David Atchison, George Smith. – USA : CRC Press (Taylor & Francis Group, LLC), 2023. – 2. – С. 15-43.
2. Тиман А.Ф. Теорема Вейерштрасса / А.Ф. Тиман // Теория приближения функций действительного переменного / А.Ф. Тиман. – Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. – 1. – С. 9-35.
3. Technical variability of cornea parameters derived from anterior segment OCT fitted with Fringe Zernike polynomials / A. Achim Langenbucher, N. Szentmáry, A. Cayless [и др.] // - DOI <https://doi.org/10.1007/s00417-023-06186-y>
4. Omidi, P. Evaluation of optimal Zernike radial degree for representing corneal surfaces / P. Omidi, A. Langenbucher // PLOS ONE. – 2022. – С – DOI 10.1371/journal.pone.0269119
5. Lakshminarayanan, V. Zernike polynomials: A guide / V. Lakshminarayanan, A. Fleck // Journal of Modern Optics. – 2011. – Т. -, № -. – С. -. – DOI 10.1080/09500340.2011.633763
6. Niu, K. Zernike polynomials and their applications / K. Niu, C. Tian // Journal of Optics – DOI 10.1088/2040-8986/ac9e08
7. Runge, Carl (1901), "Über empirische Funktionen und die Interpolation zwischen äquidistanten Ordinaten", Zeitschrift für Mathematik und Physik, 46: 224–243.
8. Тамарова, Р.М. Оптические приборы для исследования глаза / Р.М. Тамарова. – Москва : Медицина, 1982. – 176 с.
9. Navarro, R. Off-axis aberrations of a wide-angle schematic eye model / R. Navarro, I. Escudero-Sanz // -. – 1999. – Т. -, № -. – С. 1-11.