

Анализ информационной сложности одной многопараметрической задачи аппроксимации вероятностными методами в неоднородном случае

Лимар И. А. (ИТМО)

Научный руководитель – к.ф.-м.н., Трифанов А. И. (ИТМО)

Введение. Рассмотрим задачу вложения из гильбертова пространства с квадратичным экспоненциальным (гауссовским) воспроизводящим ядром, имеющим множество приложений в том числе задачах машинного обучения [1], в пространство L_2 , причем масштабирующие параметры многопараметрического ядра не обязаны равняться друг другу, что в контексте данной работы и означает неоднородность. Ввиду невозможности непосредственного ввода входной функции в современные вычислительные системы мы рассмотрим дискретное представление входной функции, оптимальный (относительно некоторого критерия ошибки, в рамках данной работы – минимаксного нормализованного) размер которого будем называть информационной сложностью. Указанный показатель и будет анализироваться в данной работе. Похожие задачи в рамках теории информационной сложности многопараметрических задач аппроксимации (*англ.* Information-based complexity, Tractability of multivariate problems [2]) традиционно решаются путем рассмотрения классов информационной сложности и критериев принадлежности данным классам. Кроме того, можно рассматривать асимптотические оценки с помощью методов теории вероятностей (см., например, [3]), которые могут дать в некоторой степени более тонкие результаты в сравнении с традиционным способом.

Основная часть. С помощью методов теории вероятностей получены оценки информационной сложности в минимаксной постановке для рассматриваемой задачи. Идею решения можно описать следующим способом:

- 1) Искомая величина представлена в виде считающей функции
- 2) Считающая функция представлена в виде математического ожидания относительно суммы независимых вспомогательных случайных величин, что можно сделать в силу мультипликативной структуры спектра тесно связанного с рассматриваемой задачей интегрального оператора с упомянутым в начале ядром
- 3) Применены методы теории вероятности, в том числе предельные, с помощью которых получены оценки информационной сложности

Выводы. Полученные результаты и методы их получения быть применены для решения смежных задач, а также могут быть полезны для компьютерного моделирования многопараметрических случайных процессов, в том числе алгоритмов типа FPCA (functional principal component analysis).

Список использованных источников:

1. Rasmussen C.E., Williams C. Gaussian Processes for Machine Learning. — The MIT Press, 2006.
2. E. Novak, H. Wóznickowski. Tractability of multivariate problems. Volume I: Linear Information. — Zürich : EMS publishing house, 2008.
3. Khartov A.A. Asymptotic analysis of average case approximation complexity of Hilbert space valued random elements // Journal of Complexity. — 2015. — Dec. — Vol. 31, no 6. — P. 835-866.