

УДК 519.245

## АЛГОРИТМ СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДЕНИЯ ПО ПОЛУСФЕРАМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ОБЛАСТЯХ С ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ

Зайнулабидова З. Ю. (НГУ)

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Сабельфельд К.К. (НГУ)

**Введение.** Уравнение Лапласа используется во многих прикладных задачах - это расчеты электростатики в электронике, моделирование течений в пористых средах, расчеты упругих тел и т.д. Существует классический вероятностный алгоритм решения уравнения Лапласа на основе метода случайного блуждания по сферам [1,2]. Ограничением данного подхода является погрешность, обусловленная необходимостью введения  $\varepsilon$ -границы, что влечет за собой потерю точности. При уменьшении значения  $\varepsilon$  с целью повышения точности трудоемкость алгоритма блуждания по сферам заметно возрастает. Целью данной работы является повышение точности и уменьшение вычислительной трудоемкости нахождения решения для класса краевых задач с плоской границей, что достигается с помощью перехода от блуждания по сферам к блужданиям по полусферам.

### Основная часть.

В данной работе строится алгоритм блуждания по полусферам в трехмерном случае и по полукругам – в двумерном. Основным моментом при построении алгоритма блуждания здесь является получение вероятностного распределения винеровской траектории при ее выходе на границу полусферы (полукруга). Для решения этой задачи можно использовать два подхода. Первый – это применение функции Грина для таких областей [3], второй подход основан на вычислении дискретного приближения этого распределения. В данной статье мы применяем второй подход, поскольку он оказался более эффективным. В качестве стартовой точки винеровской траектории выбирается центр полусферы, в этом случае распределение точки выхода на границу не зависит от радиуса сферы, и его достаточно рассчитать для сферы единичного радиуса.

В рамках текущей работы были решены следующие задачи:

1. Разработан алгоритм вычисления случайной точки выхода винеровской траектории на границе полусферы (полукруга).
2. Показана универсальность распределения точки выхода на границу.
3. Решены тестовые задачи для уравнения Лапласа в бесконечной полосе с помощью построенного алгоритма блуждания по полукругам.
4. Распространен алгоритм блуждания по полусферам для решения уравнения Пуассона на основе глобального алгоритма блуждания.

**Выводы.** Расчеты с помощью предложенного алгоритма блуждания по полусферам и полукругам показали более высокую эффективность при решении уравнения Лапласа по сравнению с известными алгоритмами блуждания по сферам (кругам), что объясняется тем, что в предложенном алгоритме точка выхода на границу не требует введения  $\varepsilon$ -границы. Отметим, что рассмотренный алгоритм легко обобщается на случай вычисления решения в произвольном множестве точек по схеме глобального алгоритма [4].

### Список использованных источников:

1. Сабельфельд К.К. Методы Монте-Карло в краевых задачах. – Новосибирск: "Наука", 1989. – 176 с.

2. K. Sabelfeld, I. Shalimova. Spherical and Plane Integral Operators for PDEs: Construction, Analysis, and Applications, Berlin, Boston: De Gruyter, 2013. – 338 p.
3. Ермаков С.М., Некруткин В.В., Сипин А.С. Случайные процессы для решения классических уравнений математической физики, Москва, изд. «Наука», 1984. – 208 с.
4. K. Sabelfeld, A. Kireeva, A new Global Random Walk algorithm for calculation of the solution and its derivatives of elliptic equations with constant coefficients in an arbitrary set of points. Applied Mathematics Letters, 2020, vol. 107, 106466.

Зайнулабидова З. Ю.

Подпись

Сабельфельд К.К. (научный руководитель)

Подпись