

Несимметричные состояния Ландау

Филина Н.В. (ИТМО)

Научный руководитель – кандидат физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник Батулин С.С. (ИТМО)

Введение. Частицы с нетривиальной фазой волнового фронта (закрученные частицы) были получены экспериментально относительно недавно. В связи с этим было бы интересно построить источник одиночных закрученных частиц с возможностью их дальнейшего ускорения. Мы интересуемся динамикой вылетевшего волнового пакета в процессе движения в электромагнитных полях. Ранее в работе [1] была построена модель распространения волнового пакета в продольном переменном во времени магнитном поле для системы, обладающей цилиндрической симметрией. В настоящей работе предлагается обобщение модели на систему с асимметричным по поперечным координатам векторным потенциалом. Физически подобная постановка задачи может учитывать отличие поперечного сечения соленоидов от круга и может быть применена для катушек произвольного сечения, в частности, эллиптического.

Основная часть. В настоящей работе аналогично [2] показывается, что в случае произвольного поперечного сечения соленоида вблизи его центра компоненты векторного потенциала в первом порядке линейны по поперечным координатам. Коэффициенты пропорциональности представляют собой некоторые контурные интегралы, не обнуляющиеся в произвольном случае. В доказательстве также используется предположение длинного соленоида и не рассматриваются эффекты, связанные с его границей.

Далее записывается гамильтониан движения закрученной частицы в магнитном поле с получившимся выше векторным потенциалом. После некоторых арифметических преобразований, а также простой канонической замены, сохраняющей коммутационные соотношения для координат и импульсов, гамильтониан можно представить в виде суммы симметричной и асимметричной частей. Симметричная часть – просто оператор Гамильтона для двумерного осциллятора, а асимметричная может быть представлена как сумма двух других операторов с некоторыми коэффициентами, зависящими от параметра асимметрии векторного потенциала. Эти два оператора вместе с третьим образуют конечную алгебру эквивалентную $SO(3)$ с зарядом 2ω .

Стационарными собственными функциями полученного гамильтониана оказываются функции Эрмита-Лагерра-Гаусса, исследованные в работах [3-4]. Это функции, зависящие от поперечных координат, а также непрерывным образом от параметра асимметрии. Предельные значения параметра асимметрии соответствуют симметричной калибровке векторного потенциала и полностью асимметричной калибровке Ландау. Для первой, функция Эрмита-Лагерра-Гаусса принимает вид волновой функции состояния Лагерра-Гаусса или как ещё говорят закрученного состояния, а для второй – состояния Эрмита-Гаусса. Собственная энергия, соответствующая функциям Эрмита-Лагерра-Гаусса, при правильном определении квантовых чисел оказывается идентичной по виду с энергией стационарного состояния Ландау. В то же время среднее значение z-проекции орбитального углового момента зависит от параметра асимметрии.

Удивительно то, что квантовое число l оказывается собственным для асимметричной части гамильтониана. При этом симметричная и асимметричная части гамильтониана коммутируют между собой для произвольного параметра асимметрии. Отсюда можно сделать вывод, что в общем случае l имеет смысл проекции на некую виртуальную ось, которая может быть полностью либо частично скрыта от наблюдателя. Подчеркнем, что l полностью наблюдается только в симметричной калибровке, когда виртуальная ось совпадает с реальной осью z , вдоль которой движется состояние. В случае, когда виртуальная ось скрыта от наблюдателя, ее можно совместить с реальной осью z подбором

параметров магнитной системы.

Выводы. Получен гамильтониан для случая распространения закрученной частицы в асимметричном векторном потенциале. Для такого гамильтониана найден базис стационарных волновых функций и соответствующие им энергии. Проведён анализ собственных функций, а также выявлен смысл квантовых чисел, которыми нумеруется базис. Прделанная работа позволяет обобщить модель распространения закрученной частицы в симметричном магнитном поле на асимметричный случай. Это ещё один шаг к теоретическому описанию динамики волновых пакетов в ускорителе закрученных частиц.

Список использованных источников:

1. N. V. Filina and S. S. Baturin, “Unitary equivalence of twisted quantum states,” Phys. Rev. A, vol. 108, p. 012219, Jul 2023.
2. Viktor V. Dodonov and Matheus B. Horovits, A quantum charged particle under sudden jumps of the magnetic field and shape of non-circular solenoids // Quantum reports. – 2019. – № 1. – p. 193–207.
3. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г., Современная оптика гауссовых пучков // Физматлит, Москва . – 2010.
4. Абрамочкин Е.Г. Функции Эрмита-Лагерра-Гаусса // Вестник Самарского государственного университета (естественнонаучная серия). – 2001. – №4 – С. 19–41.