

УДК 519.615.5

МОДИФИКАЦИИ И ОПТИМИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ НАХОЖДЕНИЯ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НАД РАЗЛИЧНЫМИ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ СТРУКТУРАМИ

Лаптев Д.А. (Университет ИТМО)

Научный руководитель – доцент, кандидат технических наук, Попков Р.А.
(Университет ИТМО)

Введение. Базис Грёбнера представляет собой каноническую форму системы алгебраических, дифференциальных или разностных многочленов многих переменных. Приведение систем таких многочленов к данной канонической форме является наиболее универсальным алгоритмическим подходом к их исследованию и решению. Так, построение базиса Грёбнера для системы алгебраических уравнений полиномиального типа позволяет установить её совместность (т.е. наличие общих корней у многочленов системы), определить число (а в случае бесконечного числа — размерность пространства) решений, привести исходную систему к треугольному виду, либо исключить часть переменных. В целом метод базисов Грёбнера является обобщением метода Гаусса на случай нелинейных систем [1].

Если рассматривать случай полиномиальных систем с коэффициентами из конечных полей размера большего, чем два или из поля рациональных чисел, то эффективность реализации операций с такими многочленами в значительной степени определяется эффективностью реализации операций над самими коэффициентами. Обеспечение же последней является отдельной и очень важной темой исследования. Таким образом, можно утверждать, что в настоящее время существует практическая потребность в быстрых и высокоэффективных алгоритмах для вычисления базисов Грёбнера для системы уравнений над конечным полем и их реализациях [2].

Основная часть. Целью работы является разработка эффективного алгоритма построения базисов Грёбнера для системы уравнений над полем из двух элементов [3].

Для достижения поставленной цели решаются следующие основные задачи:

- 1) Исследование современных алгоритмов построения базисов Грёбнера в полиномиальных кольцах и условий их применимости для вычисления базисов Грёбнера.
- 2) Разработка специализированного алгоритма, способного строить базис Грёбнера для системы уравнений над полем из двух элементов.
- 3) Реализация разработанного алгоритма на языке Python и ее оптимизация на основе эмпирических данных, полученных с помощью компьютерных экспериментов.

Выводы. Разработан алгоритм построения булевых базисов Грёбнера, применимый для решения ряда актуальных математических и вычислительных задач из различных областей математики и естественных наук.

Список использованных источников:

1. Гердт В. П., Зинин М. В. Инволютивный метод вычисления базисов Грёбнера над F_2 // Программирование. 2008. Т. 34, № 4. С. 191-203.
2. Гердт В. П., Зинин М. В. О роли инволютивных критериев при вычислении булевых базисов Грёбнера // Программирование. 2009. Т. 35, № 2. С. 90-97.
3. Кокс Д., Литтл Д., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Москва: Мир, 2000. ISBN: 5-03-003320-3.

Лаптев Д.А. (автор)

Попков Р.А. (научный руководитель)