

УДК 519.224.24

СЛОЖНОСТЬ АППРОКСИМАЦИИ В СРЕДНЕМ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА

Яворук Т.О. (ИТМО)

Научный руководитель – кандидат физико-математических наук, доцент Хартов А. А.
(ИТМО, СмолГУ)

Введение. Случайный процесс Орнштейна-Уленбека – стационарный марковский гауссовский процесс с нулевым математическим ожиданием и специальным ковариационным оператором экспоненциального вида. Рассматриваемый случайный процесс является решением стохастического дифференциального уравнения, являющегося частным случаем уравнения Ланжевена [1]. Процесс Орнштейна-Уленбека является моделью скоростей частиц броуновского движения в веществе с ненулевым коэффициентом динамической вязкости, а также данный процесс используется в финансовой математике и эконометрике. В данной работе изучается величина сложности аппроксимации в среднем многопараметрических версий этого процесса, т. е. соответствующих случайных полей. Под сложностью аппроксимации в среднем понимается наименьшее количество значений линейных функционалов, необходимых для описания случайного поля с заданной точностью. При этом рассматривается среднеквадратическая постановка с различным поведением параметра скорости при стремлении параметрической размерности поля к бесконечности.

Основная часть. Гауссовские случайные поля, обладающие непрерывной ковариационной функцией, можно представить в виде ряда Кархунена-Лозва. Ряд представляет собой сумму произведений собственных чисел, собственных функций ковариационного оператора и независимых стандартных нормальных случайных величин (см. [2,3]). В данном случае сложность аппроксимации в среднем будет равна минимальному количеству слагаемых суммы ряда, для которого среднее квадрата нормы разности самого процесса и этой суммы, со специальной нормировкой меньше некоторого наперед заданного числа — порога ошибки.

Собственные числа ковариационного оператора случайного поля Орнштейна-Уленбека заданы неявно и специальным образом зависят от параметра скорости. Анализируя их распределение, можно получить логарифмические асимптотики сложности аппроксимации при стремлении параметра скорости к бесконечности либо к положительной константе, используя подход использованный в [4].

Исследуется вопрос сложности аппроксимации для стремления параметра скорости к нулю. Важным в этом случае является асимптотика поведения отношения первого и второго собственных чисел [5].

Выводы. Полученные асимптотики представляют теоретический интерес, а также могут помочь исследователям в области компьютерного моделирования случайных полей.

Список использованных источников:

1. Coffey W.T., Kalmykov Yu. P., Waldron J.T., The Langevin Equation, With Applications to Stochastic Problems in Physics, Chemistry and Electrical Engineering, Second Edition. World Scientific Series in Contemporary Chemical Physics: Volume 14. – 2004.
2. Wang L. Karhunen-Loeve Expansions and their Applications. – 2008.
3. Хартов А.А. Сложность аппроксимации гауссовских случайных полей большой параметрической размерности. – 2014.
4. Хартов А.А. Аппроксимация многопараметрических процессов Андерсона–Дарлинга, Зап. научн. сем. ПОМИ, 2022, том 515, 214–232.
5. Кравченко А.А., Хартов А. А. Асимптотики сложности аппроксимации в среднем для тензорных представлений эйлеровских интегрированных процессов, Зап. научн. сем.

ПОМИ, 2021, том 505, – 2021, 147–161.