

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аминев Д.А. (Университет ИТМО)

Научный руководитель – к.ф.-м.н., заведующий лабораторией Хватов А.А.  
(Университет ИТМО)

**Введение.** Классическими методами описания физических процессов являются обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) и дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП). Некоторые классы подобных уравнений хорошо изучены и имеют аналитические решения. Современные методы машинного обучения позволяют с использованием данных наблюдений генерировать набор дифференциальных уравнений (ДУ) [1]. Сгенерированные ДУ трудно отнести к какому-либо известному классу хорошо изученных уравнений. Для выбора ДУ, наиболее точно описывающего данные, необходимо уметь их решать. Для решения полученных ДУ требуется либо самостоятельная программная реализация (для каждого уравнения) с использованием классических численных методов, либо использование известных программных продуктов, которые в свою очередь имеют ряд существенных недостатков. Например, FlexPDE и OpenFoam хорошо справляются только с задачами механики (жидкости, газа, твердого тела), Wolfram Mathematica может решать широкий круг задач, но его реализация не подразумевает использования данной программы в других алгоритмах. Также разработаны и продолжают совершенствоваться новые методы решения ДУ, основанные на физически обоснованных нейронных сетях (PINN) [2]. Однако, данные методы также требуют индивидуального подхода к каждому уравнению.

**Основная часть.** Авторами данной работы предлагается алгоритм автоматизированного решения ОДУ/ДУЧП с использованием нейронных сетей. Фреймворк с открытым исходным кодом [3], реализованный на языке Python, может работать с программой поиска дифференциальных уравнений. Основными этапами работы предлагаемого подхода являются:

- 1) Запись ДУ, граничных условий и области решения в качестве исходных данных.
- 2) Преобразование исходных данных и последующее определение функционала потерь.
- 3) Минимизация функционала потерь (обучение нейронной сети).

Для определения функционала потерь необходимо осуществить переход от классического понимания ОДУ/ДУЧП к задаче оптимизации параметризованной модели в соответствующем пространстве Соболева, где функционал потерь состоит из нормы невязки ДУ и регуляризации по граничным условиям. Важным является то, что алгоритм автоматически определяет функционал потерь по заданному уравнению и граничным условиям, что делает его более автоматизированным в сравнении с известными PINN подходами. Реализация предлагаемого алгоритма предусматривает возможность сохранения решений (архитектуры и весов нейронной сети) дифференциальных уравнений для их использования в качестве начального приближения в последующих задачах. Эксперименты показали, что данный подход позволяет существенно сократить время обучения нейронной сети, что является важным фактором при решении целого набора ДУ, сгенерированного алгоритмом поиска ДУ по данным.

**Выводы.** Стоит отметить, что предложенный метод решения ДУ не является соперником классическим методам в точности и скорости поиска решений, а в первую очередь необходим для усовершенствования алгоритмов поиска ДУ с помощью автоматически найденных (но менее точных) решений.

### Список использованных источников:

1. Maslyaev M., Hvatov A., Kalyuzhnaya A. V. Partial differential equations discovery with EPDE framework: Application for real and synthetic data //Journal of Computational Science. – 2021.

– Т. 53. – С. 101345.

2. Raissi M. Deep hidden physics models: Deep learning of nonlinear partial differential equations //The Journal of Machine Learning Research. – 2018. – Т. 19. – №. 1. – С. 932-955.

3. TEDEouS [Электронный ресурс] / Github repository. Режим доступа: [https://github.com/ITMO-NSS-team/torch\\_DE\\_solver](https://github.com/ITMO-NSS-team/torch_DE_solver), свободный (дата обращения 15.02.2023).