УДК 004.942

АППРОКСИМАЦИЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА

Яворук Т.О. (Университет ИТМО) Научный руководитель – к. ф.-м. н., доцент, Хартов А.А. (Университет ИТМО)

Введение. Рассматривается известный процесс Орнштейна-Уленбека - стационарный марковский гауссовский процесс с нулевым средним и специальной ковариационной функцией экспоненциального вида. Процесс Орнштейна-Уленбека является моделью скоростей частиц в процессе соударения с окружающими их частицами, также распространено его использование в финансовой математике. Изучается величина сложностии аппроксимации случайных полей, являющихся многопараметрическими аналогами данного процесса. Под сложностью аппроксимации понимается наименьшее число значений линейных функционалов от случайного поля необходимых для его приближения с заданной точностью. Исследуется среднеквадратическая постановка со сколь угодно малым фиксированным порогом ошибки и растущей параметрической размерности поля.

Основная часть. Гауссовские случайные поля с непрерывной ковариационной функцией допускают представление в виде ряда, называемое разложением Кархунена-Лоэва. Этот ряд является суммой произведений собственных чисел, собственных функций ковариационного оператора поля, образующих ортонормированную систему, и независимых стандартных гауссовских случайных величин (см. [2]). В таком случае сложность аппроксимации будет равна минимальному рангу частичной суммы разложения Кархунена-Лоэва (конечномерное приближение), для которого среднее квадрата нормы разности этой суммы и самого процесса со специальной нормировкой меньше наперед заданного числа. Тогда сложность аппроксимации можно представить как минимальный номер, начиная с которого остаточная нормированная сумма собственных чисел ковариационного оператора поля меньше порога ошибки (см. [1]). С помощью данного спектрального представления и применения вероятностных методов логарифмические асимптотики сложности аппроксимации. Задача аппроксимации процессов Орнштейна-Уленбека существенно осложняется тем, что собственные числа его ковариационного оператора заданы неявно и в некоторых случаях весьма непросто получить для них оценки. Для разрешения этих сложностей используется подход, описанный в [3].

Выводы. Данная задача представляет как теоретический, так и практический интерес. Последний объясняется возможным применением для компьютерного моделирования, поскольку непрерывный процесс аппроксимируется вычислимым конечноранговым приближением с контролем его погрешности.

Список использованных источников:

- 1. Хартов А.А. Сложность аппроксимации гауссовских случайных полей большой параметрической размерности. 2014.
 - 2. Wang L. Karhunen-Loeve Expansions and their Applications. 2008.
- 3. Хартов А.А. Аппроксимация многопараметрических процессов Андерсона—Дарлинга, Зап. научн. сем. ПОМИ, 2022, том 515, 214–232.

Яворук Т.О. (автор)

Подпись

Хартов А.А. (научный руководитель)

Подпись