

УДК 519.688

Автоматическое решение геометрических задач методом символьных вычислений

А.Д.Лазо, ГБОУ ФМЛ №239, Санкт-Петербург

Н.А.Блохин, ГБОУ ФМЛ №239, Санкт-Петербург

Как известно, между множеством точек на Евклидовой плоскости и множеством комплексных чисел существует взаимно-однозначное соответствие. Оно позволяет рассматривать некоторые геометрические объекты, такие как прямая или окружность, как множество решений соответствующих уравнения в комплексных числах. Множества точек, соответствующие пересечениям таких объектов, будут описываться решениями систем уравнений. Также, функции комплексного аргумента позволяют в короткой алгебраической форме записывать представления преобразований Евклидовой плоскости. Данный набор инструментов позволяет подойти к записи условий геометрических задач с точки зрения символьной алгебры.

Для того, чтобы задать условие геометрической задачи в символьной форме, требуется представить все построения, производимые в условии задачи, в виде последовательности применений инструментов из некоего конечного набора, получающих одни геометрические объекты из других, с известными формулами подсчета символьных координат новых объектов. К примеру, точка, являющаяся пересечением двух прямых, будет иметь координату, соответствующую решению системы из двух линейных уравнений, описывающих данную пару прямых. Также необходимо выделить набор исходных независимых объектов, на которых будут основываться дальнейшие построения, и присвоить им независимые символьные координаты, представляющие из себя алгебраические термы (независимые переменные). В множестве задач такими объектами могут стать треугольник, в котором будут производиться построения или набор точек на окружности. Присвоение исходным объектам символьных координат обеспечит независимость решения задачи от конкретного набора входных данных, выполнение итоговых требуемых уравнений будет означать строгое математическое доказательство представленного геометрического факта.

Символьные вычисления уравнений объектов, получающихся в результате построений можно автоматизировать средствами компьютерной алгебры, задав каждому инструменту построений некую функцию преобразования символьных характеристик объектов, результатом вычисления которой и будут координаты нового объекта. В итоге, целью решения задачи становится доказательство некоего символьного тождества, в чем также помогают методы компьютерной алгебры. Пользователю такой системы требуется лишь задать набор построений с помощью предоставленных инструментов, а также описать геометрическое утверждение, которое необходимо доказать (такое как коллинеарность тройки точек). Результатом будет готовое полное формальное математическое доказательство описанного факта либо его опровержение.