

УДК 517.938

## ПОЛНОТА ПОДГРУППЫ УНИТАРНОЙ ГРУППЫ МОДЕЛИ ФИБОНАЧЧИ

Гилев П.А. (Университет ИТМО)

Научный руководитель – д. ф.-м. н., профессор Попов И.Ю.

(Университет ИТМО)

Модель Фибоначчи позволяет связать специальную унитарную группу и группу вращений при помощи кватернионов. В работе проводится анализ полноты модели Фибоначчи, введенной Луи Коффманов при помощи леммы о поворотах в группе вращений.

**Введение.** Специальная унитарная группа неразрывно связана с квантовой физикой и квантовой алгоритмикой, так как хорошо описывает эволюцию квантовомеханических систем, не ограничивая при этом в квантовых эффектах всю систему. Группа вращений в свою очередь обладает интерпретируемой. Также важным объектом является группа кос, обладающая удобными коммутационными соотношениями в рамках задач квантовой механики. Так модель Фибоначчи являясь по сути своей гомоморфизмом группы кос в специальную унитарную группу предоставляет механизм действия элементов специальной унитарной группы на элементы группы вращения, сохраняя при этом инварианты группы кос.

**Основная часть.** Группа кос является конечной группой, в которой имеется некоторый нециклический упорядоченный набор образующих. В этом наборе образующих имеет место пара коммутационных соотношений: все несмежные образующие (в том числе первая и последняя) коммутируют (то есть их композиция не зависит от порядка элементов), а все смежные образующие обладают плетущим соотношением. Специальная унитарная группа это группа операторов таких, что все обратные элементы совпадают с эрмитово сопряженными. Группа вращений в свою очередь является набором операторов, который задается тремя образующими с тремя параметрами: углами поворота. Кватернионная алгебра которая связывает все эти три структуры является расширением комплексных чисел: поле комплексных чисел над комплексными. В частности рассматриваются кватернионы с нулевой действительной частью и единичной нормой: такие кватернионы одновременно служат в модели и как направляющие вектора поворота в группе вращений, и как часть кватерниона, описывающего элемент специальной унитарной группы. Для таких кватернионов выводится условия на скалярное произведение осей, ограничивающее кватернионы, сохраняющие свойства плетения. В общем случае такое условие не дает гарантии возможности выражения произвольного вращения. Для обхода этого ограничения вводится новое требование на операторы поворота соответствующие осям: операторы поворота не должны быть делителями единицы. С таким условием можно сколь угодно близко приблизить произвольный поворот, благодаря теореме о разложении произвольного генератора группы вращений на три поворота вдоль двух неколлинеарных осей. Таким образом полученные генераторы индуцируют плотную подгруппу унитарной группы на языке группы вращений. Также в настоящей работе рассматриваются более формальные, чем в исходной статье, способы описания модели Фибоначчи.

**Выводы.** Модель Фибоначчи используется в различных квантовомеханических многочастичных системах. В частности она используется для расчета бозонных взаимодействий. Основное преимущество этой модели заключается в возможности нахождения генераторов с соотношением плетения, которое является очень удобным для различных задач квантовой физики и квантовых алгоритмов.

Гилев П.А. (автор)

Подпись

Попов И.Ю. (научный руководитель)

Подпись