

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КИНЕТИКИ НАВОДОРОЖИВАНИЯ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ТИТАНОВОГО СПЛАВА

В.О. Кузнецова

Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Аннотация. В данной работе рассмотрена математическая модель, позволяющая определять напряжённо-деформированное состояние сферической оболочки из титанового сплава ВТ1-0, внешняя нагрузка принята поперечной равномерно распределённой, действующей на внешнюю поверхность, среда принята действующей на внутреннюю поверхность оболочки. Для этого использована нелинейная модель, представленная в нормированных пространствах напряжений. Закрепление по контуру оболочки жёсткое. Получены нелинейные разрешающие уравнения расчёта сферической оболочки. Разработан алгоритм решения задачи наводороживания оболочек из титанового сплава. Практическое решение производилось двухшаговым методом последовательных возмущений параметров с использованием пакетов прикладных программ MatLab и Maple.

Ключевые слова: пологая оболочка, титановый сплав, конечные разности, нелинейные уравнения, начально изотропный материал, большие прогибы.

1 ВВЕДЕНИЕ

Одной из первых теорий расчета конструктивных элементов, работающих в агрессивных водородсодержащих средах, с учетом изменения свойств материала в течении времени, по-видимому, следует отметить модель, предложенную в работах [1 – 4].

В предшествующих исследованиях, для построения математической модели поведения материалов в водородсодержащей среде, предлагалось использовать теорию Ю.Н. Работнова [5, 6] с учетом физико-химических воздействий на поверхности и в объеме деформируемого материала. Но, как показала практика, данная теория не учитывает ряда эффектов, присущих рассматриваемой проблеме, таких как наличие тройной нелинейности, а также наведенной разнсопротивляемости, что, несомненно, приводит к снижению точности получаемых результатов. В настоящем исследовании также учтено изменение свойств материалов под действием изменяющейся концентрации агрессивной среды, но изначально использовались нелинейные соотношения, построенные в нормированных пространствах напряжений, в которых учитывается непрерывное изменение состояния конструкционного материала от вида напряженного состояния и количественных характеристик в точке. Предложена более эффективная математическая модель решения задачи о влиянии наводороживания на напряженно-деформированное состояние пологой сферической оболочки из титанового сплава, построено численное решение задачи на основе метода конечных разностей. Для решения задачи с тройной нелинейностью принят двухшаговый метод последовательных возмущений параметров [7], который позволяет линеаризовать разрешающие уравнения, а также обладает высокой точностью. Численная реализация этого подхода осуществлена методом конечных разностей повышенной точности. Интегрирование функций напряженно-деформированного состояния и жесткостных параметров по толщине проводилось методом Симпсона [8].

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объектом исследования является пологая сферическая оболочка из титанового сплава ВТ1-0, нагруженная внешней равномерно распределенной поперечной нагрузкой

интенсивностью до 5 МПа, жестко закрепленная по периметру, радиус кривизны оболочки принят равным $R = 3$ м, радиус основания оболочки принят равным $a = 1,5$ м, а стрела подъёма – $f = 0,4$ м.

Расположение любой точки на срединной поверхности сферической оболочки определяется системой гауссовых координат α_1, α_2 , а положение произвольной точки по толщине – координатой α_3 , с учетом того, что u – горизонтальные перемещения вдоль радиальной координаты r (проекции α_1), ϑ – окружные перемещения, w – вертикальные перемещения (прогибы) под действием поперечной нагрузки q . Расчетная схема оболочки изображена на рисунке 1.

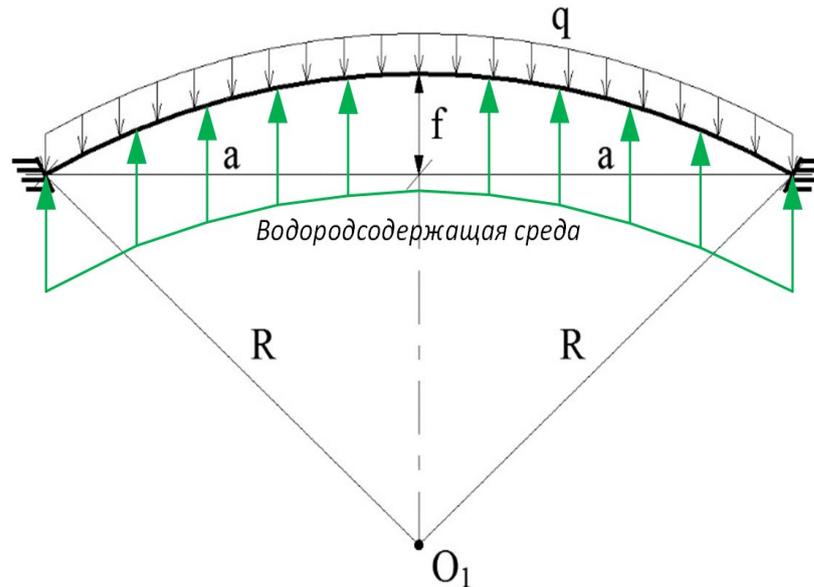


Рисунок 1 – Схема оболочки

Для пологой сферической оболочки справедливо постоянство главных радиусов кривизны её средней поверхности в пределах плана:

$$R_1 = R_2 = R, \quad (1)$$

а $k_1 = k_2 = k = 1/R$ – главная кривизна.

Рассмотрим равновесие сферической оболочки толщиной $h = 0,05$ м, под действием поперечной осесимметричной равномерно распределенной нагрузки q и водородсодержащей среды с концентрацией λ . Примем кинетический потенциал деформаций в виде [9, 10]:

$$\begin{aligned} W_1 = & (A_e(\lambda) + B_e(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_e(\lambda) + \\ & + D_e(\lambda)\xi + E_e(\lambda)\eta\cos 3\varphi)\tau^2 + \\ & + [(A_p(\lambda) + B_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_p(\lambda) + \\ & + D_p(\lambda)\xi + E_p(\lambda)\eta\cos 3\varphi)\tau^2]^n, \end{aligned} \quad (2)$$

где $A_e(\lambda), B_e(\lambda), C_e(\lambda), D_e(\lambda), E_e(\lambda), A_p(\lambda), B_p(\lambda), C_p(\lambda), D_p(\lambda), E_p(\lambda)$ – функции, определяющие физико-механические характеристики материала, фигурирующие в записи потенциала квазилинейной и нелинейной частей и зависящие от степени насыщения водородом. Количественные характеристики напряженного состояния определяются модулем вектора полного напряжения на девиаторной площадке:

$$S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2},$$

а качественная картина – нормированным напряжениями на этой площадке, которые зависят от угла ψ между нормалью и вектором S_0 , а также гармоническим инвариантом от фазы φ :

$$\xi = \cos \psi = \sigma / S_0; \quad \eta = \sin \psi = \tau / S_0;$$

$$\cos 3\varphi = \sqrt{2} \det(S_{ij}) / \tau^3,$$

где $\sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ – среднее напряжение или нормальное октаэдрическое; $\tau = (S_{ij} S_{ij} / 3)^{1/2}$ – касательное октаэдрическое напряжение; δ_{ij} – символ Кронекера; $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$ – девиатор напряжений $i, j = (1, 2, 3)$.

Зависимости механических свойств от степени наводороживания материала представляются в виде полиномиального разложения коэффициентов кинетического потенциала по степеням концентрации среды λ , а коэффициенты разложения полиномов определяются обработкой методом наименьших квадратов эмпирических данных по деформированию образцов из титановых сплавов на осевые растяжение и сжатие при разных уровнях λ (0; 0,02; 0,04 и 0,08%), которые для сплава ВТ1-0 принимают вид:

$$V_{ek}(\lambda) = e_{0k} + e_{1k} \cdot \lambda + e_{2k} \cdot \lambda^2;$$

$$V_{pk}(\lambda) = p_{0k} + p_{1k} \cdot (p_{2k})^\lambda; \quad (3)$$

$$A_e(\lambda) = V_{e1}(\lambda); \quad B_e(\lambda) = V_{e3}(\lambda);$$

$$C_e(\lambda) = V_{e2}(\lambda); \quad D_e(\lambda) = V_{e4}(\lambda);$$

$$E_e(\lambda) = V_{e5}(\lambda);$$

$$A_p(\lambda) = V_{p1}(\lambda); \quad B_p(\lambda) = V_{p3}(\lambda);$$

$$C_p(\lambda) = V_{p2}(\lambda); \quad D_p(\lambda) = V_{p4}(\lambda);$$

$$E_p(\lambda) = V_{p5}(\lambda), \quad (4)$$

где e_{ik}, p_{ik} – коэффициенты полиномов, $i = 0..2; k = 1..5$ [9, 10].

Связи тензоров деформаций и напряжений устанавливаются из потенциала (2) с использованием формул Кастильяно:

$$e_{kk} = \frac{\partial W_1}{\partial \sigma_{kk}}; \quad \gamma_{ij} = \frac{\partial W_1}{\partial \tau_{ij}}; \quad (5)$$

$$(i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j);$$

Принимая во внимание осесимметричность поставленной задачи и то, что оболочка подвергается давлению q на внешнюю поверхность оболочки геометрические зависимости принимают вид:

$$\varepsilon_1 = u_{,1} - kw + 0,5(w_{,1})^2; \quad \varepsilon_2 = \frac{u}{r} - kw;$$

$$\chi_1 = -w_{,11}; \quad \chi_2 = -\frac{w_{,21}}{r}; \quad (6)$$

$$e_{11} = \varepsilon_1 + z\chi_1; \quad e_{22} = \varepsilon_2 + z\chi_2,$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – относительные деформации в срединной поверхности; χ_1, χ_2 – кривизны срединной поверхности.

С учетом уравнений (2) – (6) и гипотез Кирхгофа-Лява связь упрощенной формы деформаций с напряжениями представляется в виде:

$$\begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix}; \quad [A] = \begin{bmatrix} A_{11}(\lambda) & A_{12}(\lambda) \\ A_{21}(\lambda) & A_{22}(\lambda) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Обращая матричные уравнения (7), получим зависимости напряжений от деформаций:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \end{Bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} B_{11}(\lambda) & B_{12}(\lambda) \\ B_{21}(\lambda) & B_{22}(\lambda) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где $[B] = [A]^{-1}$; A_{11}, A_{12}, \dots – компоненты симметричной матрицы податливостей $[A]$, являющимися функциями, содержащими потенциал деформации $W_1(2)$, зависящими от вида напряженного состояния и степени наводороживания титанового сплава.

Эти компоненты определяются согласно [9, 10] следующим образом:

$$\begin{aligned} A_{11}(\lambda) &= \{2[R_1(\lambda) + 2R_3(\lambda)]/3 + R_2(\lambda)\xi[3 - \\ &\quad - 2\xi^2]/3 + R_4(\lambda)[\xi(2 - \eta^2)/3 + \\ &\quad + 4(\sigma_{11} - 2\sigma_{22})/9S_0] + R_5(\lambda)[\eta \text{Cos} 3\varphi(1 + \xi^2) + \\ &\quad + 2\sqrt{2}\xi - 2\text{Cos} 3\varphi - \sqrt{2}\sigma_{22}/S_0]\}/3; \\ A_{12}(\lambda) &= \{2[R_1(\lambda) - R_3(\lambda)]/3 + [R_2(\lambda) + \\ &\quad + R_4(\lambda)/3]\xi + R_5(\lambda)[\text{Cos} 3\varphi(1 - \eta) - \sqrt{2}\xi]\}/3; \\ A_{22}(\lambda) &= \{2(R_1(\lambda) + 2R_3(\lambda))/3 + \\ &\quad + R_2(\lambda)\xi[3 - 2\xi^2]/3 + R_4(\lambda)[\xi(2 - \eta^2) + \\ &\quad + 4(\sigma_{22} - 2\sigma_{11})/9S_0] + R_5(\lambda)[\eta \text{Cos} 3\varphi(1 + \xi^2) + \\ &\quad + 2\sqrt{2}\xi - 2\text{Cos} 3\varphi - \sqrt{2}\sigma_{22}/S_0]\}/3; \\ A_{12}(\lambda) &= A_{21}(\lambda) \\ R_k(\lambda) &= L_{ek}(\lambda) + n[(A_p(\lambda) + B_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + \\ &\quad + (C_p(\lambda) + D_p(\lambda)\xi)]^{n-1} L_{pk}(\lambda); \\ L_{m1}(\lambda) &= A_m(\lambda); \quad L_{m2}(\lambda) = B_m(\lambda); \\ L_{m3}(\lambda) &= C_m(\lambda); \quad L_{m4}(\lambda) = D_m(\lambda); \\ L_{m5}(\lambda) &= E_m(\lambda); \quad m = e, p; \quad k = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Усилия и моменты определяются путем интегрирования напряжений по толщине оболочки традиционным способом:

$$\begin{aligned} N_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{11} dz; & N_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{22} dz; \\ M_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{11} z dz; & M_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{22} z dz. \end{aligned} \quad (9)$$

Моменты и усилия выражаются через компоненты деформаций срединной поверхности оболочки в следующем образом:

$$\begin{aligned} N_1 &= K_{11}(\lambda)\varepsilon_1 + K_{12}(\lambda)\varepsilon_2 + \\ &\quad + P_{11}(\lambda)\chi_1 + P_{12}(\lambda)\chi_2; \\ N_2 &= K_{12}(\lambda)\varepsilon_1 + K_{22}(\lambda)\varepsilon_2 + \\ &\quad + P_{21}(\lambda)\chi_1 + P_{22}(\lambda)\chi_2; \\ M_1 &= P_{11}(\lambda)\varepsilon_1 + P_{12}(\lambda)\varepsilon_2 + \\ &\quad + D_{11}(\lambda)\chi_1 + D_{12}(\lambda)\chi_2; \\ M_2 &= P_{12}(\lambda)\varepsilon_1 + P_{22}(\lambda)\varepsilon_2 + \\ &\quad + D_{21}(\lambda)\chi_1 + D_{22}(\lambda)\chi_2, \end{aligned} \quad (10)$$

где интегральные характеристики от материальных функций с учетом влияния степени наводороживания вычисляются через ее концентрацию λ следующим образом:

$$K_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) dz, \quad P_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) z dz;$$

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) z^2 dz.$$

В связи с тройной нелинейностью задачи разрешающие уравнения формулируются в линеаризованной форме с использованием двухшагового метода последовательных возмущений параметров В.В. Петрова [7]. Физические зависимости представляются в следующей линеаризованной форме:

$$\begin{aligned} \delta e_{11} &= \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{11}} \delta \sigma_{11} + \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{22}} \delta \sigma_{22}; \\ \delta e_{22} &= \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{11}} \delta \sigma_{11} + \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{22}} \delta \sigma_{22}; \\ \delta \varepsilon_1 &= \delta u_{,1} - k \delta w + w_{,1} \delta w_{,1}; \\ \delta \varepsilon_2 &= \frac{\delta u}{r} - k \delta w; \\ \delta \chi_1 &= -\delta w_{,11}; \\ \delta \chi_2 &= \frac{-\delta w_{,1}}{r}. \end{aligned} \quad (11)$$

Обращение соотношений (11) приводит к следующим зависимостям напряжений от деформаций в приращениях следующей форме:

$$\begin{aligned} \delta \sigma_{11} &= B_{11} \delta e_{11} + B_{12} \delta e_{22}; \\ \delta \sigma_{22} &= B_{21} \delta e_{11} + B_{22} \delta e_{22}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $B_{11} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}$; $B_{12} = B_{21} = -\frac{\Delta_{21}}{\Delta} = -\frac{\Delta_{12}}{\Delta}$;

$$B_{22} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}; \quad \Delta_{11} = \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{11}}; \quad \Delta_{22} = \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{22}};$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{22}} = \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{11}}; \quad \Delta = \Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{12} \Delta_{21};$$

Зависимости приращений деформаций в точке от приращений деформации срединной поверхности $\delta \varepsilon_1$ и $\delta \varepsilon_2$ и ее кривизн $\delta \chi_1$, $\delta \chi_2$ представляются в виде:

$$\delta e_{11} = \delta \varepsilon_1 + z \delta \chi_1; \quad \delta e_{22} = \delta \varepsilon_2 + z \delta \chi_2.$$

Тогда уравнения связи усилий с деформациями срединной поверхности в приращениях имеют вид:

$$\begin{aligned} \delta N_1 &= K_{11}(\lambda) \delta \varepsilon_1 + K_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_2 + \\ &\quad + P_{11}(\lambda) \delta \chi_1 + P_{12}(\lambda) \delta \chi_2; \\ \delta N_2 &= K_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_1 + K_{22}(\lambda) \delta \varepsilon_2 + \\ &\quad + P_{21}(\lambda) \delta \chi_1 + P_{22}(\lambda) \delta \chi_2; \\ \delta M_1 &= P_{11}(\lambda) \delta \varepsilon_1 + P_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_2 + \\ &\quad + D_{11}(\lambda) \delta \chi_1 + D_{12}(\lambda) \delta \chi_2; \\ \delta M_2 &= P_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_1 + P_{22}(\lambda) \delta \varepsilon_2 + \\ &\quad + D_{21}(\lambda) \delta \chi_1 + D_{22}(\lambda) \delta \chi_2, \end{aligned} \quad (13)$$

Осевая симметрия рассматриваемой задачи позволяет упростить уравнения равновесия в приращениях следующим образом:

$$\delta M_{1,11} - \delta M_{2,1} / r + 2 \delta M_{1,1} / r +$$

$$\begin{aligned}
& + k(\delta N_1 + \delta N_2) + \delta N_1 w_{,11} + N_1 \delta w_{,11} = -\delta q, \\
& \delta N_{1,1} + (\delta N_1 - \delta N_2) / r - \\
& k[\delta M_{1,1} + (\delta M_1 - \delta M_2) / r] = 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

Интегрируя уравнения (12) по толщине оболочки по правилам (9), а результаты внося в уравнения равновесия (14), приходим к двум линейризованным дифференциальным уравнениям в перемещениях:

$$\begin{aligned}
& 2r^2 D_{12,11} \delta w_{,1} + 2r^2 D_{12,1} \delta w_{,11} - 2r^2 P_{12,11} \delta u - \\
& - 2r^2 P_{12,1} \delta u_{,1} + 2r P_{22,1} \delta u + 2r P_{22} \delta u_{,1} - 2P_{22} \delta u - \\
& - 2r D_{22,1} \delta w_{,1} - 2r D_{22} \delta w_{,11} + 2D_{22} \delta w_{,1} - \\
& - 4r^2 P_{11,1} \delta u_{,1} - 4r^2 P_{11} \delta u_{,11} + 4r^2 D_{11,1} \delta w_{,11} + \\
& + 4r^2 D_{11} \delta w_{,111} - 2r^3 P_{11,11} \delta u_{,1} - 4r^3 P_{11,1} \delta u_{,11} - \\
& - 2r^3 P_{11} \delta u_{,111} + 2r^3 P_{11} (\delta w_{,11})^2 + 2r^3 D_{11,11} \delta w_{,11} + \\
& + 4r^3 D_{11,1} \delta w_{,111} + 2r^3 D_{11} \delta w_{,1111} - 2r^3 k K_{11} w_{,1} \delta w_{,1} - \\
& - 2r^3 k K_{12} w_{,1} \delta w_{,1} + 2r^3 \delta w_{,11} K_{11} k \delta w - \\
& - 2r^3 \delta w_{,11} K_{11} w_{,1} \delta w_{,1} + 2r^3 \delta w_{,11} K_{12} k \delta w + \\
& + 2r^3 \delta w_{,11} K_{11} k w + 2r^3 \delta w_{,11} K_{12} k w - 2r^3 k K_{12} \delta u_{,1} + \\
& + 2r^3 K_{22} k^2 \delta w - 2r^3 \delta w_{,11} K_{11} \delta u_{,1} - 2r^3 \delta w_{,11} K_{11} u_{,1} - \\
& - r^3 \delta w_{,11} K_{11} w_{,1}^2 - 4r^2 P_{11} w_{,1} \delta w_{,11} - \\
& - 2r^2 k K_{12} \delta u - 2r^2 k K_{22} \delta u - 2r^2 \delta w_{,11} K_{12} \delta u + \\
& + 2r^2 \delta w_{,11} P_{12} \delta w_{,1} - 2r^2 \delta w_{,11} K_{12} u + \\
& + 2r^2 P_{12,1} k \delta w + 2r^2 P_{12,1} w_{,1} \delta w_{,1} + 4r^2 P_{12} k \delta w_{,1} + \\
& + 2r^2 P_{12} w_{,11} \delta w_{,1} + 4r^2 P_{12} w_{,1} \delta w_{,11} - \\
& - 2r^2 P_{22,1} k \delta w + 4r^2 P_{11,1} k \delta w - 4r^2 P_{11,1} w_{,1} \delta w_{,1} + \\
& + 4r^2 P_{11} k \delta w_{,1} - 4r^2 P_{11} w_{,11} \delta w_{,1} + \\
& + 2r^3 P_{11,11} k \delta w - 4r^3 P_{11,1} w_{,11} \delta w_{,1} - 2r^3 P_{11,11} w_{,1} \delta w_{,1} + \\
& + 4r^3 P_{11,1} k \delta w_{,1} - 4r^3 P_{11,1} w_{,1} \delta w_{,11} + \\
& + 4r^3 P_{11} k \delta w_{,11} - 2r^3 P_{11} w_{,111} \delta w_{,1} - 2r^3 P_{11} w_{,11} \delta w_{,11} - \\
& - 2r^3 P_{11} w_{,1} \delta w_{,111} + 2r^3 P_{12,11} k \delta w + \\
& + 4r^3 P_{12,1} k \delta w_{,1} + 4r^3 P_{12} k \delta w_{,11} - 2r^3 k K_{11} \delta u_{,1} + \\
& + 2r^3 K_{11} k^2 \delta w + 4r^3 K_{12} k^2 \delta w = 2r^3 \delta q;
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
& r^2 (k D_{11} - P_{11}) \delta w_{,111} - \\
& - (r P_{11,1} - k r D_{11,1} + r (k P_{11} - K_{11}) w_{,1} - k D_{11} + P_{11}) r \delta w_{,11} - \\
& - r^2 (k P_{11} - K_{11}) \delta u_{,11} - \\
& - \delta w_{,1} r^2 (k P_{11} - K_{11}) w_{,11} + \\
& + k r^2 (k \delta w - w_{,1} \delta w_{,1} - \delta u_{,1}) P_{11,1} - \\
& - r^2 (k \delta w - w_{,1} \delta w_{,1} - \delta u_{,1}) K_{11,1} + \\
& + r (-\delta w_{,1} + k (k r \delta w - \delta u)) P_{12,1} + \\
& + (-k r^2 \delta w + r \delta u) K_{12,1} + \delta w_{,1} D_{12,1} k r + \\
& + (-r (k P_{11} - k P_{12} - K_{11} + K_{12}) w_{,1}) \delta w_{,1} + \\
& (k^2 P_{11} r^2 + k^2 P_{12} r^2 - k r^2 K_{11} - k r^2 K_{12} - k D_{22} + P_{22}) \delta w_{,1} -
\end{aligned}$$

$$-r(kP_{11} - K_{11})\delta u_{,1} + \delta w P_{11} k^2 r - \delta w K_{11} k r - (k r \delta w - \delta u)(k P_{22} - K_{22}) = 0.$$

Полученную градиентную систему уравнений (15) требуется дополнить граничными условиями в приращениях. В силу осевой симметрии задачи, в центре оболочки поворот нормали к срединной поверхности, радиальные перемещения и их приращения будут равны нулю ($w_{,1} = 0$, $u = 0$, $\delta w_{,1} = 0$, $\delta u = 0$).

В процессе химической адсорбции молекулы водорода распадаются на атомы, диффундирующие вглубь материала [9, 10]. Плотность потока J пропорциональна пространственному градиенту концентрации λ , уравнение диффузии принимает вид:

$$J = -D \text{grad} \lambda = -D \frac{\partial \lambda}{\partial z}, \quad (16)$$

где $D = \text{const}$ – коэффициент диффузии, z – координата в направлении диффузии, которая соответствует оси α_3 .

В соответствии с экспериментальными данными, представленными в работе [11], а также в связи с однонаправленной диффузией, кинетическое уравнение наводороживания соответствует второму закону Фика, а его решение известно благодаря двойному преобразованию Фурье (прямого и обратного), результат которого имеет вид:

$$\frac{\partial \lambda(z, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \lambda(z, t)}{\partial z^2}, \quad (17)$$

где t – текущее время.

Решение уравнения (17) для процесса односторонней диффузии имеет известное приближенное аналитическое решение, представленное в работах [9, 10]:

$$\begin{aligned} \lambda(z, t) = & \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)z/h + \\ & + (2/\pi) \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i \cdot \pi \cdot z/h) \exp(-F_o \pi^2 i^2) \times \\ & \times [\lambda_2 \cos(i \cdot \pi) - \lambda_1]/i, \end{aligned}$$

где $F_o = Dt/h^2$ – число Фурье; i – номер члена ряда; λ_1 и λ_2 – граничные значения концентрации среды на верхней и нижней поверхностях оболочки.

Для оболочки приняты следующие граничные условия: в случае действия агрессивной среды со стороны приложения силовой нагрузки:

$$\lambda(-h/2, t) = \lambda_{\infty} = \lambda_1, \quad \lambda(+h/2, t) = 0 = \lambda_2,$$

где λ_{∞} – равновесная концентрация водородсодержащей среды.

Начальные условия имеют вид:

$$\lambda(z, 0) = 0.$$

Расчеты проведены в рамках пакетов прикладных программ MATLAB и Maple. Результаты расчета сферической оболочки, работающей в агрессивной среде водорода с различными концентрациями от 0 до 0,08%, с использованием предложенной модели представлены ниже.

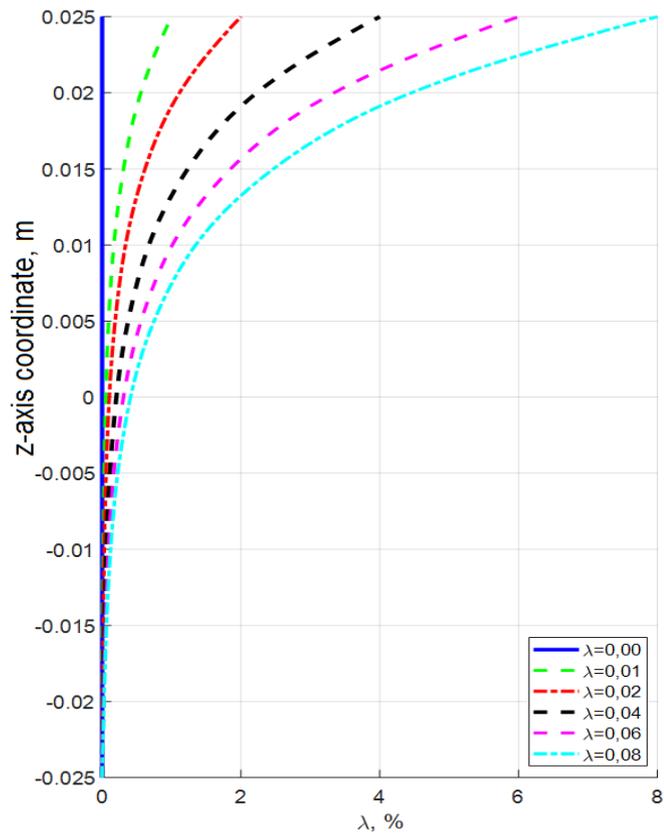


Рисунок 2 – Распределение концентрации по толщине оболочки

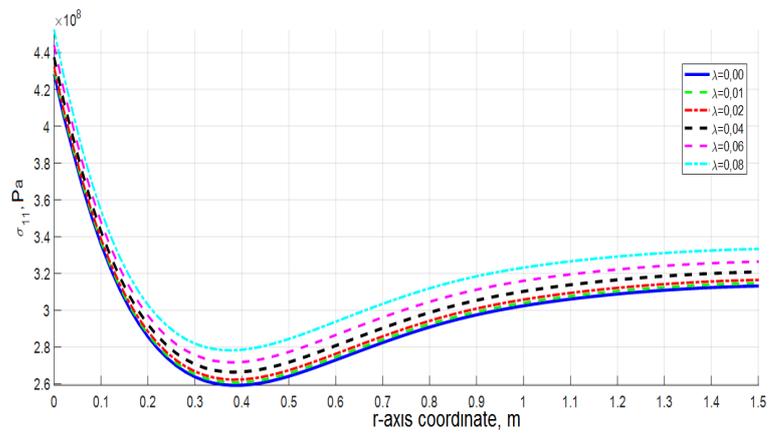


Рисунок 3 – Напряжения σ_{11} вдоль радиуса снизу

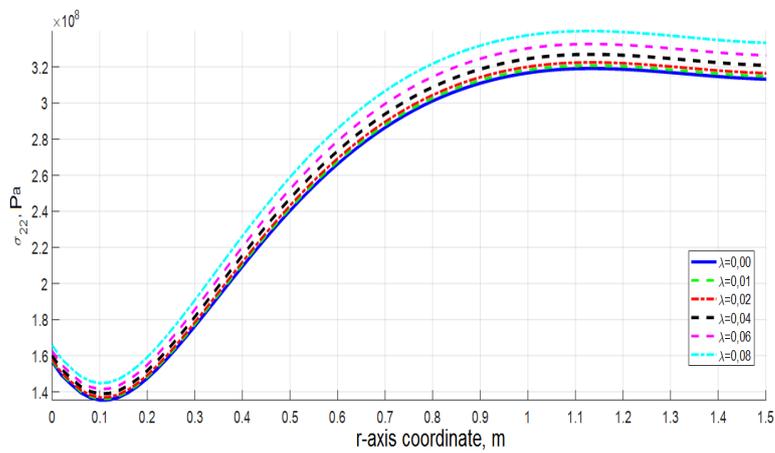


Рисунок 4 – Напряжения σ_{22} вдоль радиуса сверху

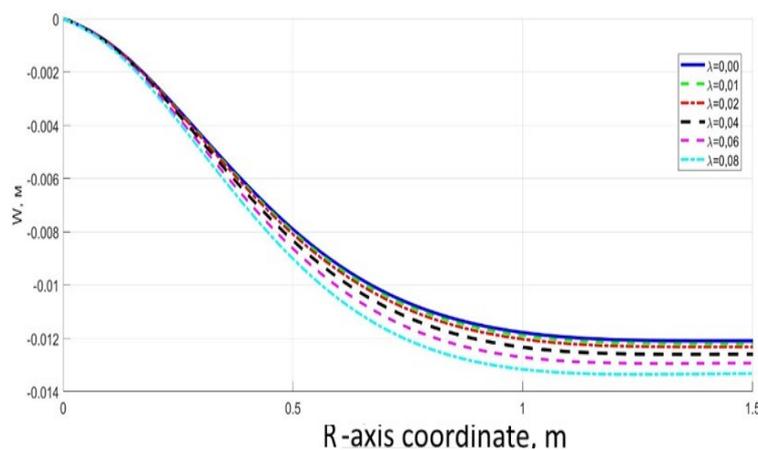


Рисунок 5 – Прогобы в оболочке

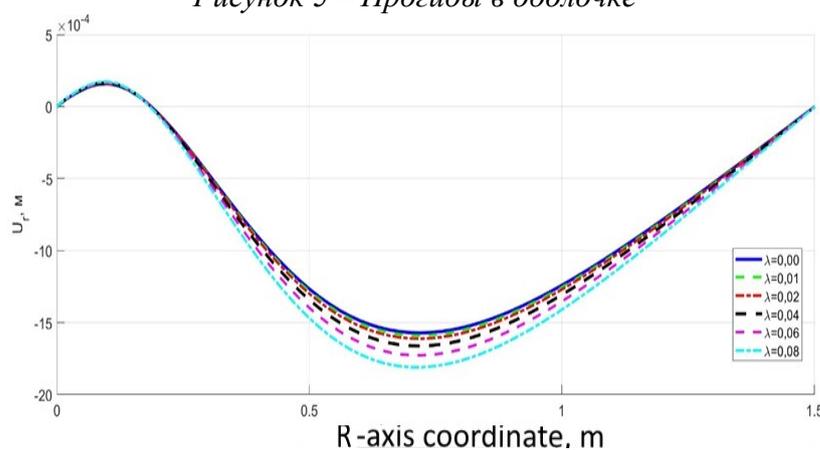


Рисунок 6 - Горизонтальные перемещения

3 ВЫВОДЫ

Проанализировав представленные графики, приведенных на рис. 2 – 6, нетрудно отметить сходство полученных результатов, рассчитанных с использованием модели, рассмотренной в представленной статье с классическими нелинейными решениями без учета наводороживания. Проведенное исследование полностью согласуется с экспериментально установленными фактами, которые показывают, что в течение определенного интервала времени, соответствующего большим градиентам концентраций водорода, происходит интенсивное изменение характера напряженно-деформированного состояния конструкций. В данном случае сферической оболочки количественные изменения достигают 20% для напряжений в сжатых и 24% в растянутых зонах. Контроль воздействия агрессивной водородной среды в работе был организован на основе нелинейных соотношений, которые учитывают наведённую чувствительность к наводороживанию в широком диапазоне изменения видов напряжённого состояния [8, 9, 12, 13].

В данной работе произведено построение математической модели влияния наводороживания на НДС пологой сферической оболочки и приведено численное решение задачи с иллюстрацией прогибов, перемещений и напряжений.

4 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель влияния газонасыщенности, построенная в данной работе, основана на подходах построения определяющих соотношений для разносопротивляющихся материалов, предложенных в работах [8, 9, 12, 13]. Этот подход использует достаточно гибкий механизм учета разнообразия напряженных состояний и демонстрирует высокую точность согласования полученных результатов с экспериментальными данными о

деформации широкого спектра материалов при сложных видах напряженного состояния. В свою очередь модель учета разносопротивляющихся материалов, предложенная в работах И.Г. Овчинникова [1 – 4], базируется на простейшей нелинейной теории упругости и построена с учетом одноосного напряженного состояния и, следовательно, имеет приближенный механизм влияния вида напряженного состояния на прочность материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Овчинников И.Г.** О методологии построения моделей конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами / И.Г.Овчинников // Долговечность материалов и элементов конструкций в агрессивных и высокотемпературных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1988. С. 17-21.
2. **Овчинников И.Г.** Математическое моделирование процесса взаимодействия элементов конструкций с агрессивными средами / И.Г.Овчинников, В.В.Петров // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1983. С. 3-11.
3. **Овчинников И.Г.** Анализ экспериментальных данных по влиянию водорода при нормальных температурах на механические свойства металлов и сплавов к построению модели взаимодействия конструктивных элементов с водородом. Ч. 1. Проблема воздействия водорода на металлы и пути ее решения. Закономерности проникания водорода в конструктивные элементы / И.Г.,Овчинников, А.Б.Рассада. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1989. 28 с.
4. **Овчинников И.Г.** Модель взаимодействия нагруженных элементов конструкций с водородосодержащей средой и ее приложения / И.Г.,Овчинников, А.Б.Рассада. // Прикладные проблемы прочности и устойчивости деформируемых систем в агрессивных средах. Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1989. С. 12-16.
5. **Работнов Ю.Н.** О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959 С. 5–7.
6. **Работнов Ю.Н.** Избранные труды. Проблемы механики деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1991 196 с.
7. **Петров В.В.** Двухшаговый метод последовательного возмущения параметров и его применение к решению нелинейных задач механики деформируемого твердого тела [Текст] / В.В.Петров, И.Г.Овчинников, В.К.Иноземцев // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред. – Саратов: СГТУ, 2001. – С. 6-12.
8. **Трещев А.А.** Изотропные пластины и оболочки, выполненные из материалов, чувствительных к виду напряженного состояния: монография. М.: Тула: РААСН; Изд-во ТулГУ, 2013. – 249 с.
9. **Корнеев А.В.** Учет влияния водородосодержащей среды на напряженно-деформированное состояние материалов на основе титановых сплавов / А.В. Корнеев, А.А. Трещев // Изв. вузов. Строительство. – 2009. – №3-4 (603-604). – С. 23–29.
10. **Трещев А.А.** Теория деформирования и прочности материалов с изначальной наведённой чувствительностью к виду напряжённого состояния. Определяющие соотношения: монография. – М.; Тула: РААСН; ТулГУ, 2016. – 328 с.
11. **Гервиц Т.Я.** Влияние газонасыщения на статическую прочность титановых сплавов / Т.Я.Гервиц // ФХММ. 1981. № 2. С. 45-48.
12. **Трещев А.А.** Влияние изменения концентрации водорода во времени на НДС сферической оболочки из титанового сплава / А.А. Трещев, В.О. Кузнецова // Эксперт: теория и практика. – 2020. – № 4 (7). – С. 72-81.

13. **Матченко Н.М.** Определяющие соотношения изотропных разносопротивляющихся сред. Ч. 2. Нелинейные соотношения [Текст] / Н.М. Матченко, Л.А. Толоконников, А.А. Трещёв // Изв. РАН. МТТ. – 1999. – № 4. – С. 87-95.