

МЕТОД ПРИТЯГИВАЮЩИХ ЦИЛИНДРОВ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАБИЛИЗАЦИИ, СЛЕЖЕНИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ

Перегудин А.А. (Университет ИТМО)

Научный руководитель – д.т.н., профессор Фуртат И.Б. (Университет ИТМО)

Представлен метод притягивающих цилиндров – обобщение метода инвариантных эллипсоидов на случаи задач слежения и наблюдения. На основе разработанного метода предложен алгоритм расчета параметров регулятора, обеспечивающего ограниченность ошибки стабилизации, слежения или наблюдения в присутствии ограниченных внешних возмущений. Эффективность предложенного подхода продемонстрирована на примерах.

Введение. Задача подавления ограниченных внешних возмущений на основе метода инвариантных эллипсоидов ранее рассматривалась в работах Поляка Б.Т., Хлебникова М.В и других. Одной из первых была решена задача стабилизации возмущенной системы с измеряемым состоянием с помощью статического регулятора; позднее аналогичный подход применялся для стабилизации возмущенной системы с измеряемым выходом – к статическому регулятору был добавлен динамический наблюдатель Люенбергера; наконец аналогичная задача была решена с помощью динамического регулятора общего вида. Однако во всех упомянутых случаях решалась только задача стабилизации объекта, но не задача слежения. Распространению метода инвариантных эллипсоидов на задачу слежения посвящены работы более поздние работы Хлебникова М.В. и Железнова К.О., в которых на систему наложен ряд дополнительных условий. В частности, предполагается, что все компоненты задающего воздействия измеряемы и могут быть использованы регулятором, а также что их производные измеряемы и ограничены. Предполагается, что состояние объекта является измеряемым, а используемый регулятор – статическим.

Целью настоящей работы является обобщение метода инвариантных эллипсоидов на случай задачи слежения при использовании динамического регулятора по выходу. В качестве инструмента используется новый метод, основанный на притягивающих множествах более общего вида, в том числе неограниченных по части переменных.

Основная часть. С целью обобщения метода инвариантных эллипсоидов на случаи задач слежения и наблюдения в рассмотрение вводятся подмножества пространства состояний нового типа, описываемые как множества, ограниченные поверхностями уровня некоторой полуопределенной квадратичной формы (замкнутые шары относительно полунормы, задаваемой положительно полуопределенной матрицей). С топологической точки зрения указанные множества являются прямыми произведениями замкнутых шаров и открытых евклидовых подпространств. Примером такого множества является бесконечный цилиндр, чем и мотивировано их название – (k,n) -цилиндры. Если все траектории динамической системы, начавшиеся внутри такого цилиндра, во все моменты времени остаются внутри него, и если для любой траектории системы расстояние до цилиндра неограниченно уменьшается с течением времени, то такой цилиндр называется притягивающим для данной динамической системы.

В работе предлагается метод притягивающих цилиндров, включающий в себя инструменты для анализа и синтеза линейных систем, имеющих в пространстве состояний подмножества, являющиеся притягивающими цилиндрами в указанном выше смысле. Инструменты анализа представлены в виде теорем, согласно которым существование притягивающих цилиндров в пространстве состояний данной линейной системы равносильно разрешимости некоторых систем линейных матричных неравенств. Инструменты синтеза состоят из теоремы, согласно которой существование притягивающих цилиндров в пространстве состояний замкнутой

системы равносильно разрешимости некоторого билинейного матричного неравенства, а также алгоритма, позволяющего эффективно применять указанную теорему на практике. В частном случае, при решении задачи стабилизации, описанные инструменты вырождаются в известные результаты, полученные ранее в рамках метода инвариантных эллипсоидов. В общем случае, разработанный метод позволяет решать более широкий класс задач, включающий в себя помимо задачи стабилизации также задачи слежения и наблюдения. При этом оказывается возможным не только синтезировать регулятор, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы, но также найти (с помощью инструментов синтеза) такие параметры регулятора, при которых размер притягивающего подмножества в пространстве состояний будет наименьшим при известных ограничениях на сигналы внешних возмущений. Как следствие, предложенный метод является обобщением известных подходов, уже доказавших свою практическую эффективность, на значительно более широкий круг задач.

Выводы. В работе предложено обобщение метода инвариантных эллипсоидов, позволяющее находить притягивающие подмножества пространства состояний более общего вида. Показано, что предложенный метод может быть использован для решения задач стабилизации, слежения и наблюдения, а также их комбинаций. Предложен алгоритм, позволяющий применять основной результат на практике с помощью стандартных программных средств. На численных примерах продемонстрирована эффективность предложенного подхода.