УДК 098.53

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ КУБИТА ЧЕРЕЗ ТУРБУЛЕНТНУЮ АТМОСФЕРУ

Зайцева Е.В. (Университет ИТМО)
Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор Попов И.Ю. (Университет ИТМО)

Аннотация. Исследована передача запутанного состояния через турбулентную атмосферу. Кубиты кодируются модами Гауссова пучка. Рассмотрено определение гауссова пучка и его некоторые свойства, необходимые для рассмотрения передачи кубитов. Рассмотрена простейшая модель турбулентности, представленная в виде функции Грина для уравнения Гельмгольца.

Введение.

С каждым годом растут объемы информации, обрабатываемой компьютерами и сложность алгоритмов. И это рождает потребность в появлении более эффективных подходов к вычислениям и передаче данных. В данный момент активно развиваются технологии, основанные на квантовых эффектах, а наиболее разработанным методом передачи сигналов является использование оптоволоконных каналов.

К сожалению, данный подход имеет определенные недостатки: квантовая запутанность исчезает при прохождении сигнала в канале, что не позволяет осуществлять передачу на большие расстояния. В качестве решений данной проблемы предлагается использовать более устойчивые к потерям протоколы передачи, устанавливать квантовые повторители или изменить тип передачи данных. В данной работе предлагается к рассмотрению вопрос о передаче квантовых сигналов с помощью гауссовых пучков света.

Передача квантовых сигналов, основанная на распространении гауссовых пучков света, является эффективным и экономичным методом для коммуникации на большие расстояния. Однако, различные возмущения в атмосфере способны снижать качество передаваемого сигнала. А потому необходимо исследовать то, какое влияние оказывает атмосфера на передачу сигнала.

В данной работе предлагается построить модель турбулентности в виде точечного источника. Построение данной модели будет строиться из формулы для гауссова пучка и построенной для нее функции Грина.

Основная часть.

Рассмотрим процесс кодирования кубита с помощью светового гауссова пучка. Для этого приступим к введению этого понятия. Свойства светового пучка определяются с помощью уравнений Максвелла:

$$\begin{gathered} rotH = \frac{\partial D}{\partial t}, \qquad rotE = -\frac{\partial B}{\partial t}, \\ divD = 0, \qquad divB = 0, \\ D = \varepsilon E, \qquad B = \mu H, \end{gathered} \tag{1}$$

где H, B – вектор напряженности магнитного поля и вектор магнитной индукции соответственно, E, D – вектор напряженности электрического поля и вектор электрической индукции. Последние два уравнения являются уравнениями связи, в которых $\varepsilon \in \mathbb{R}$ – диэлектрическая проницаемость среды, а $\mu \in \mathbb{R}$ – магнитная проницаемость среды.

Однако, данная система уравнений не всегда удобна для исследовательских целей, а потому часто совершают переход к уравнению[1]:

$$\Delta u + \varepsilon\mu\omega^2 u = f(x, y, z). \tag{2}$$

В данном уравнении Δ — оператор Лапласа, u – любая компонента векторов E, D, H и B, а f(x, y, z) – функция источника. Решение данного уравнение представимо в следующем виде, именуемом модой гауссова пучка:

$$\varphi_{mn} = \sqrt{\frac{2}{\pi W^2}} \exp\left(-((x-r)^2 + y^2)\left(\frac{1}{W^2} + \frac{ik}{2R}\right) + i(1+m+n)\phi(z_{ap})\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}(x-r)}{W}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{W}\right) \quad (3)$$

Введем представление кубита через моды гауссова пучка. Как известно, при кодировании поляризационными состояниями кубит являет собой

$$\alpha\,|H\rangle + \beta\,|V\rangle, \quad (4)$$

где состояние $|\mathrm{H}\rangle$ означает, что фотон находится в горизонтальном режиме, а состояние $|\mathrm{V}\rangle$ означает, что фотон находится в вертикальном режиме[2]. Зафиксируем два различных режима с индексами m1, n1 и m2, n2 для кодирования кубита, $\mathrm{m1}, \mathrm{n1}, \mathrm{m2}, \mathrm{n2} \in \mathbb{Z}+$, $(\mathrm{m1}, \mathrm{n1}) \neq (\mathrm{m2}, \mathrm{n2})$. Предположим, что фотон может находиться в одном из этих двух состояний (мод). Пусть бесконечное множество функций (3) упорядочено, где φ_{m1n1} имеет номер позиции k, а φ_{m2n2} -номер позиции ℓ. Запишем состояние фотона в виде $|..0100..\rangle$, где «1» находящееся в k–й позиции, означает, что фотон находится в режиме φ_{m1n1} числа k: $|..0_{k-1}1_k0_{k+1}0_{k+2}..\rangle$. пусть это состояние является первым базовым состоянием («0») вычислительного кубита. Соответственно, фотонное состояние $|..0_{\ell-1}1_\ell 0_{\ell+1}0_{\ell+2}..\rangle$ (что означает, что фотон находится в режиме φ_{m2n2}) — это второе базовое состояние («1») вычислительного кубита. Кубит можно представить в виде линейной комбинации двух состояний:

$$\alpha\,|..001k\,00..\rangle + \beta\,|..001\ell 00..\rangle, k \neq \ell. \quad (5)$$

В этой системе кодирования мы используем два фотона и четыре режима для двухкубитового состояния $\varphi_{\mathrm{m_in_i}}, 1 = 1,2,3,4.$. Два элемента «1» в обозначении двухфотонного состояния $|01_{k_1}\dots 1_{k_2}0\rangle$ означают, что первый фотон в состоянии $\varphi_{\mathrm{m_1n_1}}$ находится под номером k_1, второй фотон, находящийся в состоянии $\varphi_{\mathrm{m_3n_3}}$, - в k_2. Таким образом проиллюстрирован факт того, что существует соответствие между индексами положения и модами, и приведен пример кодирования кубита с помощью мод гауссова пучка. Это позволяет говорить о возможности построения квантовых коммуникаций с помощью световых гауссовых пучков[3]. Например, в данных обозначениях можно переписать двухфотонное квантовое состояние как

$$|\varphi\rangle_{mn} = \frac{1}{\sqrt{2}}\big(|1\rangle_{m_1n_1}|0\rangle_{m_2n_2}|0\rangle_{m_3n_3}|1\rangle_{m_4n_4}|0\rangle_{m_5n_5}|0\rangle_{m_6n_6}|0\rangle_{m_7n_7}\dots - |0\rangle_{m_1,n_1}|1\rangle_{m_2,n_2}|1\rangle_{m_3,n_3}|0\rangle_{m_4,n_4}|0\rangle_{m_5,n_5}|0\rangle_{m_6,n_6}|0\rangle_{m_7,n_7}\dots\big). \quad (6)$$

Или в другом виде:

$$|\varphi\rangle_{mn} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|100100\dots\rangle - |01100\dots\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1001\rangle - |0110\rangle) \quad (7)$$

Для того, чтобы в будущем рассмотреть возможное влияние неоднородности среды(турбулентности) и флуктуации её параметров на качество передачи сигнала, необходимо ввести понятие турбулентности. Однако, математическое описание данного явления несколько затруднено его столь разнообразной природой. В данной работе мы ограничимся лишь рассмотрением простейшего случая неоднородности среды - точечный источник. Влияние данного источника на дифференциальное уравнение гауссова пучка можно описать с помощью функции Грина, которую мы построили с помощью моды гауссова пучка[4]. Результат имеет вид:

$$G = \frac{A}{r}e^{ikr} + \frac{B}{r}e^{-ikr}. \quad (8)$$

В данном выражении мы полагаем, что $A, B \in \mathbb{R}$. Данные параметры определяются граничных условий. Предполагается, что применение теоремы об условиях излучения Зоммерфельда позволит найти эти коэффициенты.

Выводы. Помимо этого, необходимо в последующих исследованиях уточнить как именно влияет точечный источник на качество квантового сигнала. Предлагается сделать это разложив функцию-источник на моды и изучив при каких условиях качество сигнала ухудшается.

Таким образом в данной работе был приведен обзор подходов к передаче квантовых сигналов с помощью гауссовых световых пучков. Приведен способ кодирования сигнала на примере двухкубитной квантовой системы. Построена модель точечного источника возмущений. На основе полученных результатов в дальнейшем будет исследовано влияние возмущений на передаваемые сигналы.

Зайцева Е.В. (автор) Подпись

Попов И.Ю. (научный руководитель) Подпись