

УДК 519.171

СПЕКТРАЛЬНЫЙ ЗАЗОР ДЛЯ КВАНТОВЫХ ГРАФОВ РАЗНОЙ СТРУКТУРЫ

Босова А.А.

Научный руководитель – доц., канд. техн. наук Блинова И. В.

В работе рассмотрены некоторые характеристики метрических графов. Также изучен вопрос о зависимости собственных значений оператора на графе от различных начальных условий.

В настоящее время научная активность в дискретной математике значительно выросла и интенсивно развивается в самых разных областях знаний. Теория графов является одним из разделов дискретной математики и широко применяется в решении экономических задач, программировании, химии, медицины, физике, психологии, социологии, лингвистике и других областях.

В теории графов применяются различные методы при решении разного рода задач. На данный момент очень мало общих методов, которые бы решали определенный спектр задач. Именно это и послужило возникновению нового направления в теории графов с применением линейной алгебры — спектральная теория графов.

Спектральная теория графов является относительно новым направлением в теории графов. Она возникла в 1950—1960 годах. Первые обобщенные исследования были приравнены в монографии 1980 года «Спектры графов» Д. Цветковича, М. Дооба и Х. Сакса.

Представителями в изучении теории графов являются Грегори Берколайко и Питер Кучмент. Их книга «Introduction to Quantum Graphs» посвящена ознакомлению с основными понятиями, структурами, и методами, которые используются в исследованиях квантовых графов. Детально рассматриваются разные параметры графа такие, как общая длина, диаметр, количество вершин, ребер графа. Статья «Spectral gap for quantum graphs and their edge connectivity» авторов Kurasov, P.; Malenova, G.; Naboko, S, исследует связь между спектральным зазором квантового графа и его связностью, в частности, рассматриваются случаи добавления и удаления вершин, ребер.

Как известно, в организме человека существует множество источников колебаний. Если частота колебаний совпадет с частотой графа, то возникнет резонанс. Главная задача состоит в том, чтобы избежать этого резонанса. Для этого требуется знать частоту внешних колебаний и зависимость собственных частот графа от его структуры.

Основной задачей данной работы является изменение разных параметров графа с целью увеличения расстояния между собственными значениями.

Как известно, граф состоит из ребер и вершин. Самый простой граф состоит из двух вершин и одного ребра. Мы можем добавлять ребра и вершины, изменять длину ребер, добавлять петли и рассмотреть зависимость от четности вершин.

При рассмотрении графа, который состоит из 6 вершин и 5 ребер были получены данные о спектральном зазоре, а именно разница между собственными числами равна $\frac{3\pi^2}{4}$. При изменении соотношения сторон будет меняться спектральный зазор заданного графа при определенном значении длины. Также был рассмотрен граф, который состоит из 3 ребер и 4 вершин. При исследовании полученных собственных значений графа, можно увидеть, что при изменении соотношения сторон графа (но при этом не меняя общей длины графа) спектральный зазор может увеличиваться или уменьшаться. Также было произведено исследование графа, содержащего одну петлю. Было получено, что если не добавлять возмущение, то величина спектрального зазора больше, чем у идентичного графа без петли, то есть графа с 3 ребрами и 4 вершинами.

Исследования данной работы могут быть применимы в разных сферах жизни. Например, в сфере медицины, а именно при операциях на позвоночнике с использованием различных конструкций, состоящих из стержней и винтов.

При проектировании различного рода сетевых структур нередко возникает необходимость объединения ряда локальных подсистем с известными метрическими характеристиками в единую, также удовлетворяющую определенным требованиям.

Было выявлено, что спектральный зазор зависит от соотношений сторон графа, длины ребер и от наличия или отсутствия петель.

Босова А.А.

Блинова И. В.