

УДК 004.021

**РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ КОНКУРЕНТНОГО ДЕРЕВА ПОИСКА С  
ПОДДЕРЖКОЙ ЗАПРОСОВ НА ОТРЕЗКЕ**

**Кокорин И.В.** (Университет ИТМО)

**Научный руководитель – PhD Аксёнов В.Е.**  
(Университет ИТМО)

В этой работе исследуется возможность разработки конкурентного lock-free дерева поиска, предоставляющего возможность исполнять не только запросы по ключу (вставка ключа, удаление ключа и проверка ключа на существование), но и запросы на отрезке (или массовые запросы). В работе исследуется возможность эффективного конкурентного исполнения таких запросов на отрезке, для которых существуют последовательные алгоритмы, вычисляющие их за время, пропорциональное высоте дерева поиска.

**Введение.** Иерархические структуры данных позволяют нам эффективно не только исполнять запросы над отдельными ключами (примерами таких запросов являются вставка ключа, удаление ключа и поиск ключа), но и запросы на отрезке. Примером такого запроса является  $\text{Count}(\text{MinKey}; \text{MaxKey})$  — поиск количества ключей, лежащих в диапазоне  $[\text{MinKey}; \text{MaxKey}]$ . Используя иерархические структуры данных (например, бинарные деревья поиска) такой запрос можно исполнить не за время  $O(n)$ , где  $n$  это число ключей в структуре данных, а за время  $O(h)$ , где  $h$  — высота дерева поиска. Следовательно, используя сбалансированные бинарные деревья поиска (например, AVL-дерево), можно исполнять такие запросы за время  $O(\log n)$ .

Несмотря на то, что вопрос последовательного исполнения подобных запросов хорошо изучен, в настоящий момент не существует эффективных алгоритмов конкурентного исполнения таких запросов. Все существующие на данный момент алгоритмы конкурентного исполнения запросов на отрезке (например, описанные в [2, 3, 4]) работают за время  $O(n)$ . В этой работе мы предлагаем универсальный метод, который может быть использован для эффективного исполнения произвольных массовых запросов в иерархических структурах данных и применяем разработанный алгоритм для эффективной реализации запроса  $\text{Count}$  в двоичном дереве поиска.

**Основная часть.** Основная сложность эффективного исполнения массовых запросов заключается в необходимости сохранять помимо самой структуры дерева некую вспомогательную информацию (например, для эффективного выполнения запроса  $\text{Count}(\text{MinKey}; \text{MaxKey})$  необходимо для каждой вершины хранить число ключей в её поддереве). Так как у нас конкурентно исполняется сразу несколько запросов, это может привести к тому, что структура дерева и вспомогательная информация меняется различными потоками несогласованно, что приводит к тому, что некоторые запросы начинают исполняться некорректно (то есть к нелинейно исполнению).

Будем рассматривать для начала несбалансированные деревья поиска. Балансировка дерева может выполняться путём перестройки поддеревьев, аналогично подходу описанному в [1]. Кроме того, будем рассматривать деревья, которые хранят ключи в листовых вершинах, а во внутренних вершинах хранят только служебную информацию.

Для того, чтобы корректно исполнять конкурентные запросы, необходимо их упорядочить. Для этого будем в каждой вершине  $V$  хранить очередь дескрипторов операций, которые должны быть исполнены в поддереве вершины  $V$ . Будем считать, что дескриптор операции  $Op$  содержит всю информацию, необходимую для исполнения этой операции.

Каждый поток  $T$ , который хочет исполнить над структурой данных операцию  $Op$ , сначала вставляет дескриптор этой операции в очередь корневого узла. После чего поток  $T$  (в дальнейшем мы будем называть его потоком-инициатором) спускается по дереву от корня к листьям, в каждой вершине  $V$ , которую он посещает, производя следующие операции:

1) В очереди вершины  $V$  помочь исполнить все операции, дескрипторы которых расположены ближе к голове очереди, чем дескриптор операции  $Op$ .

2) Достать из очереди дескриптор операции  $Op$

3) Изменить необходимым образом вспомогательную информацию, хранимую в вершине (например, при вставке несуществующего ключа в поддереве вершины  $V$  необходимо увеличить на единицу число ключей в поддереве вершины  $V$ , а при удалении существующего ключа из поддереве вершины  $V$  — уменьшить это число на единицу).

4) Добавить дескриптор операции  $Op$  в одного или нескольких детей вершины  $V$  и продолжить исполнение операции  $Op$  в этих детях (если это необходимо).

Использование очередей для упорядочивания запросов гарантирует следующий инвариант: пусть существуют два запроса  $R$  и  $Q$ , при этом оба этих запроса должны быть исполнены в поддереве вершины  $V$ . Тогда  $R$  и  $Q$  будут исполнены в этом поддереве в том же порядке, в котором они были добавлены в очередь коневой вершины (так как в каждой вершине мы исполняем запросы в порядке, заданном очередью данной вершины). Следовательно, все запросы исполняются в порядке, в котором они были вставлены в очередь корневой вершины. С другой стороны, если запросы  $R$  и  $Q$  должны исполняться в разных поддеревьях, то они могут быть исполнены в произвольном порядке, в том числе и параллельно (так как они не мешают друг другу). Именно это и позволяет нам исполнять запросы параллельно.

Заметим, что это позволяет легко проверять структуру данных на линейизуемость: действительно, мы знаем, в каком порядке запросы были добавлены в очередь корневой вершины. Именно в таком порядке запросы должны были исполняться. Следовательно, мы получили последовательное исполнение, которому должно быть эквивалентно наше конкурентное исполнение. Сверив результаты конкурентного исполнения с результатами параллельного, мы легко проверяем параллельное исполнение на линейизуемость, причём эту проверку мы можем сделать за полиномиальное время.

Кроме того, некоторые запросы в структуре данных могут быть реализованы с wait-free гарантией прогресса. В нашем примере запрос, проверяющий существование ключа в структуре может быть реализован именно так, так как он не читает и не изменяет вспомогательную информацию в дереве (число ключей в различных поддеревьях). В этой работе нами был предложен алгоритм исполнения таких запросов с wait-free гарантией прогресса.

Так как запросы на вставку и удаление ключей могут разбалансировать дерево, мы используем механизм перестройки поддеревьев для сохранения сбалансированности. А именно: если в поддереве вершины  $V$  было исполнено слишком много запросов на изменение, мы полностью перестраиваем это поддерево в идеально сбалансированное двоичное дерево поиска.

**Выводы.** Разработанный алгоритм исполнения запроса через спуск дескриптора по очередям позволяет применять для конкурентного lock-free исполнения массовых запросов те же алгоритмы, которыми мы пользуемся для эффективного последовательного исполнения. Разработанный алгоритм был применён для эффективной реализации запроса  $\text{Count}(\text{MinKey}; \text{MaxKey})$ , что позволило реализовать этот запрос с lock-free гарантиями прогресса и за время  $O(\log n)$  на один запрос.

Тот факт, что запросы исполняются в том порядке, в котором они были добавлены в корневую очередь, позволил нам протестировать реализованную структуру данных на линейизуемость за полиномиальное время.

Кроме того, разработанная структура данных позволяет реализовать некоторые запросы с wait-free гарантией прогресса. В работе с такой гарантией прогресса была реализована проверка существования ключа в дереве.

## Список литературы

1. Prokopec A., Brown T., Alistarh D. Analysis and Evaluation of Non-Blocking Interpolation Search Trees //arXiv preprint arXiv:2001.00413. – 2020
2. Avni H., Shavit N., Suissa A. Leaplist: lessons learned in designing tm-supported range queries //Proceedings of the 2013 ACM symposium on Principles of distributed computing. – 2013 – С. 299-308.
3. Arbel-Raviv M., Brown T. Harnessing epoch-based reclamation for efficient range queries //ACM SIGPLAN Notices. – 2018 – Т. 53 – №. 1 – С. 14-27.
4. Sagonas K., Winblad K. Efficient support for range queries and range updates using contention adapting search trees //Languages and Compilers for Parallel Computing. – Springer, Cham, 2015 – С. 37-53.

Кокорин И.В. (автор)

Подпись

Аксёнов В.Е. (научный руководитель)

Подпись